МАТЕМАТИКА ФИЗИКА ГРАФИКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИ

МОНОГРАФИЯ

НАЦРАЗВИТИЕ

ГУМАНИТАРНЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ "НАЦРАЗВИТИЕ"

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ГРАФИКА.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ

МОНОГРАФИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2 0 2 3

УДК 37+51+53
ББК 22
М34

Математика, физика, графика. Теоретические и практические решения в современном образовании: монография / под общ.ред. научного совета ГНИИ "Нацразвитие". – СПб.: ГНИИ "Нацразвитие", 2023. – 80 с.

ISBN 978-5-00213-088-7
DOI 10.37539/M230321.2023.31.18.001
https://disk.yandex.ru/d/7ZSZOkBqL1aNJQ

Рецензенты:
Романов П.И., д.т.н., проф., директор НМЦ Координационного совета Минобрнауки России по области образование «Инженерное дело, технологии и технические науки», аккр. эксперт Рособрнадзора (гос. аккредитация образовательных учреждений и научных организаций), эксперт Совета по образовательной политике Комитета по образованию Правительства СПб, эксперт рабочей группы по развитию проф. образования в нац.системе квалификаций Нац.совета при Президенте РФ
Викторенкова С.В., к.т.н., профессор, директор ГНИИ «Нацразвитие»

Информация об авторах:
Сиротина И.К. (глава 1); *Кузнецова Е.В., Стругов И.В.* (глава 2); *Крылова Н.Н.* (глава 3); *Голубева Н.В.* (глава4); *Дьяченко Н.В.* (глава 5); *Садовников Н.В., Рузляева Ю.С., Кабина С.В.* (глава 6); *Худжина М.В., Криволапова Е.А.* (глава7); *Сюсюка Е.Н.* (глава8); *Голицына Е.В., Сарычева И.А.* (глава9); *Думицкая Н.Г.* (глава 10); *Полещук О.М.* (глава 11); *Булатникова М.Е., Корниенко Н.А.* (глава 12); *Кузнецова О.А., Крылова С.А., Палфёрова С.Ш., Павлова Е.С.* (глава 13); *Токунова Н.В.* (глава 14); *Майгула Н.В., Марасанов Ю.Н., Сумбатян Д.А.* (глава 15); *Бичегкуев М.С., Олисаев Э.Г.* (глава 16)

Информация об издании предоставлена в систему Российского индекса научного цитирования – **РИНЦ** по договору 3991-01/2016К
Электронная версия опубликована и находится в свободном доступе на сайте:
www.natsrazvitie.ru

Монография представляет исследование современных тенденций и проблем обучения по математическим, физическим и графическим дисциплинам, приводятся теоретические и практические решения. Рассмотрены актуальные в настоящее время педагогические подходы, принципы обучения, современные методы преподавания. Монография адресована преподавателям и учителям математических, физических и графических дисциплин вузов, колледжей и школ, студентам и аспирантам.

ISBN 978-5-00213-088-7
9 785002 130887 >

Коллективная монография
Подписано к изданию с оригинал-макета 21.03.2023.
Формат 60x84/8. Гарнитура Time New Roman.
Усл.печ.л.4,1. Объем данных 12Мб. Тираж 500 экз.
Гуманитарный национальный
исследовательский институт "Нацразвитие"
197348, Санкт-Петербург, Коломяжский пр.,
д.18, лит А, 5-114, info@natsrazvitie.ru

ISBN 978-5-00213-088-7

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Математические, физические и графические дисциплины занимают особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение этих дисциплин играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное образование по математическим, физическим и графическим дисциплинам необходимо каждому человеку для успешной жизни в современном обществе. Без высокого уровня образования по данным дисциплинам невозможно выполнение задач по созданию инновационной экономики, реализации долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации.

Россия имеет значительный опыт в математическом, физическом и графическом образовании. Необходимо сохранять достоинства такого образования на основе преемственности и осуществлять его дальнейшее развитие. Тем не менее выбор содержания математического образования на всех уровня образования в настоящее время зачастую остается формальным. Исследования, представленные в монографии, обосновывают необходимость повышения степени учета потребностей будущих специалистов в математических, физических и графических знаниях.

Следует отметить, что изучение дисциплин, являющихся предметом исследования данной монографии, с одной стороны, обеспечивает готовность к применению аппарата этих дисциплин в профессиональных областях, с другой стороны, имеет системообразующую функцию и существенно влияет на интеллектуальную готовность к обучению в целом. Для ориентации в современном мире каждому человеку необходим набор знаний, формируемый в процессе изучения математических, физических и графических дисциплин (навыки вычислений, представление о движении, умение измерять геометрические величины, составлять и решать уравнения и т.д.). Вопросам формирования математической культуры посвящен первый раздел монографии «Теоретические и практические подходы к формированию математической культуры в процессе обучения». В разделе анализируется понятие математической культуры личности, определяются факторы, влияющие на ее формирование в процессе обучения. Исследуется важный аспект математической культуры – критическое мышление. Показана ценность критического мышления, как показателя качества подготовки учащихся по указанным направлениям. Подробно рассматривается интеллектуально-графическая культура учащегося, объединяющая интеллектуально-логическую и образно-графическую познавательные сферы. Представлен авторский курс «Математическое моделирование систем и процессов», целью которого является постижение основ математического моделирования как универсального инструмента научного познания и формирование исследовательских компетенций будущий специалистов.

Во втором разделе монографии «Систематизация знаний как условие осознанного усвоения информации в современном образовании. Схемы, таблицы, задачи» исследуется роль схем, таблиц и задач в образовательном процессе. Выделяются их функции, проводится классификация этих понятий по различным признакам. Показано, что схемы, таблицы и задачи являются важным аппаратом не только для освоения математики, физики и графики, но и являются основополагающими для успешного освоения других дисциплин, а также выполняют системообразующую функцию и существенно влияют на интеллектуальную готовность к освоению нового.

Третий раздел монографии посвящен организационно-методическим решениям обеспечения качества учебного процесса в части математических, физических и графических дисциплин. В разделе анализируется роль модульной технологии обучения, ее важность для эффективной самостоятельной работы. Рассматривается технология укрупнения дидактических единиц, как элемент методики формирования компетенций в исследовательской деятельности при проведении лабораторных работ. Описывается структура лабораторной работы, ее основные этапы, обращается внимание на важность данного вида учебных занятий на примере дисциплины «Математическая статистика». Обращается внимание на важность развития творческого мышления в процессе изучения данных дисциплин, как условия успешной профессиональной деятельности специалиста (на примере графических дисциплин). Вопросы контроля успеваемости рассматриваются с позиций исследования на основе нечеткого регрессионного анализа зависимости итоговых оценок по математике от аудиторного и внеаудиторного контроля знаний. Важную роль преподавателей в учебном процессе образовательной организации предлагается проследить в историческом аспекте на примере освещения вклада математиков в учебно-методическое обеспечение образовательного процесса в МИИТе.

В четвертом разделе монографии «Методические подходы в обучении решению нестандартных и сложных задач» рассматриваются следующие вопросы: анализируются затруднения, с которыми сталкиваются студенты при решении задач на вычисление кратного интеграла; исследуются особенности метода разворота плоскостей при решении задач геометрии; демонстрируются методы решения математических задач в пакете Symbolic Math Toolbox системы компьютерной математики MATLAB; приводится нестандартный метод решения уравнений и неравенств, содержащих сумму модулей, – метод перехода к равносильной системе или совокупности уравнений и неравенств.

Монография представляет исследование современных тенденций и проблем обучения по математическим, физическим и графическим дисциплинам, приводятся теоретические и практические решения. Рассмотрены актуальные в настоящее время педагогические подходы, принципы обучения, современные методы преподавания. Монография адресована преподавателям и учителям математических, физических и графических дисциплин вузов, колледжей и школ, студентам и аспирантам.

РАЗДЕЛ 1
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ЛИЧНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Глава 1.
К ВОПРОСУ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ЛИЧНОСТИ

Сиротина И.К.

Проблема формирования математической культуры лежит в плоскости общей проблемы формирования культуры личности. Формируя математическую культуру личности, мы тем самым оказываем влияние на формирование культуры личности в целом, а общий уровень культуры личности способствует (ускоряет или замедляет и затрудняет) процесс формирования ее математической культуры.

На процесс формирования культуры личности оказывают влияние многие факторы, среди которых выделяют внутренние (цели, ценности, мотивы, деятельность по самообразованию и самосовершенствованию, особенности математического мышления и т. п.) и внешние (информатизация образования, переход к непрерывному и многоуровневому образованию, компетентность педагога, материально-техническое и учебно-методическое обеспечение, влияние сверстников, семейные традиции и др.) [1].

Основные этапы становления и развития математической культуры связаны с именами таких великих ученых 18–19 века как Н.И. Лобачевский, В.Я. Буняковский, М.В. Остроградский, П.Л. Чебышев, А.Н. Марков, А.М. Ляпунов, С.В. Ковалевская и отражены еще 1946 году в трудах профессора Б.В. Гнеденко. Весомый вклад в разрешение проблемы формирования и развития математической культуры личности внесли К.О. Ананченко, Ю.К. Бабанский, Н.Я. Виленкин, Я.И. Груденов, Дж. Икрамов, Б.С. Каплан, А.П. Киселев, А.Н. Колмогоров, Ю.М. Колягин, Л.Д. Кудрявцев, Д. Пойа, Н.М. Рогановский, А.А. Столяр, А.Я. Хинчин, Л.М. Фридман, Р.С. Черкасов и др. Методологические основы формирования математической культуры личности изложены в работах таких известных ученых как О.И. Мельников, И.А. Новик, Х.Ш. Шихалиев, П.М. Эрдниев и др.

Проанализируем понятие «математическая культура» с целью выяснения его содержания и выявления составляющих его компонент. Существует мнение, что термин «математическая культура» используется для того, чтобы отметить способы взаимодействия с математическим знанием и влияния математики на структуру и внутренний мир личности. Сама же математическая культура личности включает: ценностные ориентиры и мотивационные установки деятельности; ценностно-параметризованное восприятие действительности; когнитивно-компетентностный компонент; рефлексивно-оценочный компонент; креативный компонент [1, с. 40]. Г.М. Булдык под математической культурой понимает определенный уровень сформированной системы математических знаний и навыков, умение использовать их в сфере математической деятельности, включающей следующие компоненты: положительную мотивацию к математической деятельности; фундаментальность знаний (методологические, логические, историко-математические знания); моделирование; алгоритмичность; логичность;

креативность [2, с. 34]. Г.Г. Битнер математическую культуру определяет как специфическое образование интегрального характера, включающее опыт математической деятельности, систему математических знаний, умений и навыков, развитые умения логического и алгоритмического мышления, творческие умения, умения самостоятельного приобретения знаний, обеспечивающие профессиональное развитие специалиста [3, с. 10]. По мнению З.С. Акмановой, «математическая культура – это сложное, динамическое качество личности, характеризующее готовность и способность приобретать, использовать и совершенствовать математические знания, умения и навыки в профессиональной деятельности, соединяющее в себе ценностно-мотивационный, когнитивный, операционный и рефлексивный компоненты» [4, с. 3]. Наиболее общими являются определения Х.Ш. Шихалиева, который характеризует математическую культуру как уровень и степень развития человечества в его умениях пользоваться математическим языком как для общения с людьми, так и для описания и познания окружающей действительности [5].

Анализ исследований в данной области позволяет нам сделать определенные выводы. *Во-первых*, чаще всего под математической культурой понимают систему знаний, умений и навыков по предмету «Математика», которые необходимы обучающимся для определенной сферы их деятельности. *Во-вторых*, исследователи математической культуры, как правило, выделяют такие ее компоненты как когнитивно-компетентностный, операциональный, мотивационный, креативный и рефлексивный, только называют их по-разному. *В-третьих*, многие исследования касаются лишь отдельных этапов формирования математической культуры обучающихся и имеют отношения только к определенным сферам учебной деятельности с характерными для них детерминантами: содержанием образования; методами деятельности учащихся по овладению содержанием образования; моделью обучения и преобладающими в этой модели методами обучения; способами взаимодействия субъектов педагогического процесса и т. п. *В-четвертых*, все известные нам определения математической культуры не противоречат друг другу, а скорее всего, дополняют одно другое. По этой же причине многие из них не являются исчерпывающими, что ведет к необходимости продолжать исследования в области математической культуры.

Если говорить о педагогической практике, то можно выделить следующие противоречия: между непрерывно повышающимися требованиями к уровню математического образования обучающихся и их фактическими знаниями в области математики; между элементаристским и целостным подходом к изучению математики; между потребностью учитывать на практике достижения современной педагогической науки и отсутствием внедренных новых продуктивных педагогических технологий.

Вышеперечисленные противоречия, в свою очередь, вызваны: в основном фрагментарным подходом к формированию математической культуры личности как целостности; доминированием обучающей деятельности учителя, а не учебно-познавательной деятельности обучающегося; низкой познавательной активностью и познавательной самостоятельностью субъектов обучения; низкой мотивацией учебной деятельности учащихся; преобладанием в традиционной модели обучения математике репродуктивных методов обучения; педагогическими «штампами» в работе учителя.

Эти противоречия могут быть минимизированы при использовании в процессе формирования математической культуры личности активных и интерактивных методов и форм обучения, а также разработке таких образовательных сред, которые позволят: вывести обучающегося на позицию субъекта; обеспечить продуктивное учебное взаимодействие всех субъектов; обеспечить процесс личностного развития учащегося.

---

1. Галынский, В. М. Математическая культура субъекта образовательного процесса: опыт системного анализа / В. М. Галынский [и др.] // Образование и педагогическая наука: тр. Нац. ин-та образования / Нац. Ин-т образования. Сер. 3. Вып. 1: модели и концепции; редкол.: Гуцанович С. А. (пред.) [и др.]. – Минск, 2007. – С. 29–48.

2. Булдык, Г. М. Экономико-математическое моделирование как усиление практико-ориентированной направленности математической культуры студентов экономических специальностей / Г. М. Булдык // Весці БДПУ Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Биялогія. Геаграфія. – 2013. – № 2. – С. 32–37.

3. Битнер, Г. Г. Формирование математической культуры в системе подготовки инженеров-приборостроителей: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / Г. Г. Битнер; Казанский технич. ун-т. – Казань, 2005. – 21 с.

4. Акманова, З. С. Развитие математической культуры студентов университета в процессе профессиональной подготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / З. С. Акманова; Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Т.И. Носова. – Магнитогорск, 2005. – 23 с.

5. Шихалиев, Х. Ш. Об альтернативной системе обучения математике в средней школе и средствах ее реализации / Х. Ш. Шихалиев. – Махачкала: издательство ДГПУ, 1995. – 120 с.

6. Сиротина И.К. К вопросу формирования математической культуры личности // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Ноябрь 2020). Международная научная конференция "Высокие технологии и инновации в науке" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.100-102

Глава 2.
КРИТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ КАЧЕСТВА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ МАТЕМАТИКОВ

Кузнецова Е.В., Стругов И.В.

Обеспечение качества образования – одна из главных задач общества в условиях устойчивого развития. Однако не существует однозначного определения понятия «качество», которое было бы приемлемо во всех ситуациях. И чем более сложным и многомерным является объект измерения качества, тем сложнее сформулировать для него приемлемое определение данной категории. Высшее образование является одним из таких сложных объектов [1]. В качестве одного из показателей качества образования может служить соответствие результатов обучения заявленным целям и ценностям.

В условиях устойчивого развития к таким ценностям может быть отнесено критическое мышление. В соответствии с [2], критическое мышление это система суждений, которая используется для анализа вещей и событий с формулированием обоснованных выводов и позволяет выносить обоснованные оценки, интерпретации, а также корректно применять полученные результаты к ситуациям и проблемам. Различные аспекты критического мышления в современной педагогической науке рассмотрены в статье [3]. Доказательством ценности критического мышления в профессиональной подготовке студентов направления Прикладная математика является тот факт, что в ФГОС3++ выделена группа универсальных компетенций «критическое и системное мышление». Сформированность универсальной компетенции УК 1 состоит в том, что выпускник «способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач».

Как и для большинства универсальных компетенций, при изучении критического мышления студентов имеется проблема измерения уровней его сформированности. В своем исследовании для изучения критического мышления студентов направления прикладная математика мы использовали тест, составленный на основе работ Е.Н. Волкова [4] и Л. Старки [5]. Кроме того в тест были добавлены девять вопросов, предлагающих оценить по шкале от 1 до 10 некоторые аспекты учебного процесса и личных показателей студентов [6]. В опросе приняли участие студенты направления Прикладная математика Липецкого государственного технического университета (61 человек). Согласно методике, уровню критического мышления соответствует число от 0 до 1. Среднее значение индекса критического мышления в выборке составило 0.625, стандартная ошибка 0.016. Уровень критического мышления меньше 0.55 имеют 14 человек (23% респондентов). Показатель развития критического мышления 47 человек (77% участников опроса) принимает значения от 0.55 до 0.95, причем для 10 человек (16% опрошенных) индекс критического мышления превосходит значение 0.8. То есть студенты-математики имеют высокий уровень критического мышления, что требует от преподавателей повышенного внимания к качеству образовательного процесса. Кроме того, корреляционный анализ выявил наличие положительной статистически значимой связи индекса развития критического мышления и результатов обучения. Данные результаты согласуются с выводами исследования [7], что позволяет рассматривать критическое мышление как один из показателей качества профессиональной подготовки студентов-математиков в высшей школе.

1. Кузнецова Е.В. Внутренний мониторинг качества реализации образовательных программ в вузе // Сибирский педагогический журнал. 2011. № 3. С. 37-44.

2. Шакирова Д.М. Теоретические основания концепции формирования критического мышления // Педагогика. 2006. № 6. С. 3-12.

3. Смирнова И.В. Понятие критического мышления в современной педагогической науке // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 5; URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=22783 (дата обращения: 05.11.2020).

4. Волков Е. Н. Тесты критического мышления: вводный обзор // Психологическая диагностика. 2015. № 3. С. 5-23.

5. Starkey L. Critical Thinking Skills Success in 20 Minutes a Day. New York: Learning Express, 2004. 169 p.

6. Kuznetsova E. Evaluation and interpretation of student satisfaction with the quality of the university educational program in applied mathematics. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*. 2019; 38(2): 107-119. https://doi.org/10.1093/teamat/hry005.

7. Kuznetsova E., Matytcina M. A multidimensional approach to training mathematics students at a university: improving the efficiency through the unity of social, psychological and pedagogical aspects**.** *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2018; 49(3): 401-416. https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1363421

8. Кузнецова Е.В., Стругов И.В. Критическое мышление как показатель качества профессиональной подготовки будущих математиков // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Ноябрь 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.24-25

Глава 3.
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА СТУДЕНТА КАК СПОСОБ ДВОЙНОГО КОДИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Крылова Н.Н.

В современном образовательном процессе переосмысливается роль и функции классического принципа наглядности как средства обеспечения оптимальной интеллектуальной деятельности обучающегося. В понятийном поле данного принципа наиболее часто употребляется понятие «визуализация», разница которого с наглядностью проявлена на предметной основе.

Так, наглядность предполагает демонстрацию готового образа предметов, процессов или явлений; визуализация рассматривается как активная деятельность обучающегося в процессе создания и отчуждения «мыслеобраза», затрагивающую психологические процессы отражения и отображения» (И.А. Трухан, Д.А. Трухан; 2013) [1,с.114]; также, это есть «своеобразный гносеологический механизм, позволяющий «уплотнить» процесс познания, очистить его от второстепенных деталей и тем самым оптимизировать» (А.Г. Рапуто) [2].

Обработка любой поступающей информации предполагает взаимное участие образной и словесной систем: «образы, полученные от восприятия средств наглядности, включаются наравне с понятийно-вербальными элементами мысли в деятельность мозга для построения сложной целостной конструкции, связанной с усвоением теоретического знания» (А.П. Усольцев, Т.Н. Шамало; 2016) [3,с.104]; «визуализация учебного материала открывает возможность не только собрать воедино все теоретические выкладки, что позволит быстро воспроизвести материал, но и применять схемы для оценивания степени усвоения изучаемой темы» (И.А. Трухан, Д.А. Трухан; 2013) [1,с.114].

Таким образом, визуализация есть некое промежуточное звено между учебным материалом и результатом обучения обучающегося. Применяемая в этом случае наглядность является средством формирования образных компонентов мыслительной деятельности, которые способствуют развитию умений оперировать образами и включать их в более сложные структуры мышления.

На этапе усвоения учебной информации студентом осуществляется двухуровневый процесс её кодирования:

- *процесс собственно кодирования*, обозначающий изучаемые объекты, связи между ними и отношение к ним как части познаваемой реальности;
- *процесс визуализации*, заключающийся в активном создании и представлении изучаемой реальности в виде конкретного образа для её продуктивного осмысления и последующего произвольного запоминания в знаково-символической форме (в визуальной форме) (Крылова Н.Н.; 2020) [4].

Рассмотрим значение знака и символа в обучении. Согласно позиции Н.Г.Салминой, по мере освоения окружающей реальности реализуется семиотическая функция на основе механизмов сопоставления знаков и соответствующих им значений [5]. Дальнейшее её совершенствование в обучении состоит в том, чтобы «…обеспечить понимание представленных текстов за счёт извлечения содержания из знаковой формы» [6, с.88].

Таким образом, по мере развития обозначенной функции не только усваивается язык любой науки, но и *формируется оригинальный знаково-символический «язык» представления учебной информации.*

Итак, знак и символ являются единицами представления информации и средствами её приобретения, хранения, переработки и передачи.

Исследуя разграничение понятий «знак» и «символ», в толковом словаре С.И. Ожегова и Н.Ю. Шведовой (2010) под знаком понимается «пометка, изображение, предмет, которыми отмечается, обозначается что-нибудь» [7, с.231]; символом является всё «то, что служит знаком какого-нибудь понятия, явления, идеи» [там же, с.718]. В философском восприятии «знак» трактуется как материальный объект, чувственно воспринимаемый субъектом и используемый для обозначения, представления, замещения другого объекта, называемого значением данного знака, в качестве которого могут выступать объекты самого различного типа: предметы, явления, свойства, отношения, действия и т.п.; используется для приобретения, хранения, переработки и передачи информации [8]. Соответственно, «символ представляет собой особую разновидность знака, который одновременно устанавливает связь означающего и означаемого по условному соглашению, и в то же время предполагает употребление своего основного первоначального значения в качестве другого, более общего содержания» [9, с.996].

Соответственно, дифференцируя понятия, знак используется как родовое, а символ как видовое (А.Ф. Лосев, В.В. Мантатов, А.М. Коршунов, Ч. Пирс, Л.О. Резников и др.).

Отличительные черты символов (А.В. Бабайцев, 2010):

1. «…связь в символе между его наглядно-образной формой и смыслом обычно мотивирована аналогией, сходством получаемых впечатлений, традицией, тогда как знаки – это искусственные образования, их форма весьма произвольна»;

2. «…символ всегда социально значим и эмоционально окрашен»;

3. «Символ всегда полисемантичен: неисчерпаемая глубина значений вызывает многочисленные, противоположные ассоциации» [9, с.996].

Существующие классификации основаны преимущественно на содержательных и функциональных характеристиках знаков. Так, А.М.Коршунов, В.В. Мантатов (1974) выделяют 4 категории знаков: индексы (знак не отделён от объекта); иконические знаки (копии); символы (наглядно-образное выражение абстрактных идей и понятий) и языковые знаки (искусственные и естественные) [10]. В типологии А. Шаффа (1963) учитываются функции знаков: знаки-признаки, словесные и собственно знаки с производной экспрессией. Последние подразделяются на сигналы, означающие начало, изменение, отмену деятельности и замещающие знаки (иконические и символы) [11]. Н.Г. Салмина представляет дополненные варианты функциональных классов знаков. В искусственных знаковых средствах автором выделяются кодовые системы, применяемые для перекодировки естественной речи; знаки для моделирования непрерывных процессов (например, кривые); знаки, используемые в научных языках и знаки-символизации [5].

Таким образом, знаково-символические системы в кодировании (декодировании) информации выполняют коммуникативную функцию, состоящую в передаче сообщения и выполнении соответствующего действия.

Рассуждая о возможности применения подобных систем для кодирования учебной информации, представляет интерес классификация семантического типа М.В. Гамезо, учитывающей критерии предметной отнесённости и уровень переработки знаковой информации. Так выделяются:

1) знаки-признаки, или иконические, для которых характерно частичное воспроизведение информации (фото);

2) дискретные условные знаки (географические, топографические, дорожные, внемасштабные);

3) проекционные знаки, передающие пространственные характеристики;

4) комбинаторные знаки, отражающие символический язык науки (математические и структурные формулы в химии, кривые, графики) [5].

Учитывая наиболее часто встречаемые в практике обучения сложности студентов при работе с учебной информацией, цель кодирования и визуализации её в знаково-символической форме сводится к тому, чтобы её *осмыслить* и *запомнить надолго* (Крылова Н.Н.; 2020) [4].

Опираясь на положения теории двойного кодирования информации (А. Пайвио), при её обработке существует опять же взаимодействие образной и словесной систем памяти.

Таким образом, для качественного усвоения учебной информации студентом необходимо:

введение знаково-символических средств, обозначающих познаваемую объективную реальность как в образной, так и в словесной формах;

учебная информация должна быть структурирована, т.е. сформировано понятийное поле по теме, классифицированы понятия по уровням, установлены иерархические отношения между ними.

Учитывая последнее, в данном контексте интерес представляет техника графического уплотнения учебной информации (А.А. Остапенко, А.А. Касатиков, С.П. Грушевский; 2005), основанная на знаковом и рисуночном вариантах кодирования учебных знаний, укрупнении закодированного и структурировании укрупненного материала [12].

Таким образом, для качественного осмысления и долговременного запоминания учебной информации её необходимо представить в знаково-символической форме посредством кодирования и визуализации. В исследовании, проведенном нами со студентами Пензенского государственного университета (164 человека), было установлено, что эффективность усвоения учебной информации определяется влиянием таких условий, как интервальное запоминание, кодирование и визуализация (Крылова Н.Н.; 2020) [4].

Совершенно очевидна проявленная необходимость владения навыками кодирования и визуализации учебного материала, лежащих в основе интеллектуально-графической культуры. Так, в исследовании С.В. Арановой под понятием «интеллектуально-графическая культура визуализации учебной информации» рассматривается часть общеучебной культуры, объединяющей интеллектуально-логическую и образно-графическую познавательные сферы [13, с.11].

Рассмотрим примеры современных техник и методик для освоения приёмов кодирования и визуализации учебной информации.

Оптимально обеспечивает реализацию этих процессов набирающая в последнее время популярность в образовательной практике техника интеллект-карты. Стандартные возможности её применения в учебном процессе как средство: создания, визуализации, структурирования, классификации знаний при изучении и закреплении учебного материала; развития памяти и мышления; при проведении контрольных мероприятий в образовательном процессе на всех уровнях образования.

Интерес представляет расширенный спектр нестандартного использования интеллект-карты как средства саморазвития: для организации решения задач, принятия решений; для планирования свободного времени; при организации самостоятельной работы обучающихся; как способ мотивации личности, том числе, как показано в одном из исследований (О.А. Козырева, Н.И. Дьякова; 2016), в качестве инструмента прогнозирования успешности профессионального становления будущего специалиста [14].

Подчеркнём ценность функций прямого назначения интеллект-карты в системе профессиональной подготовки, поскольку её применение позволяет успешно справиться современному студенту в ситуации усиленной самостоятельной деятельности при работе с большими объёмами учебной информации. Это эффективное структурирование и кодирование учебной информации в сжатой визуальной форме с целью её целостного восприятия; осмысление и установление взаимосвязей в понятийном поле; запоминание и последующее воспроизведение учебного материала; формирование навыков самостоятельной работы. Подчеркнём, также возможности её проектирования посредством различных цифровых инструментов таких, как mindomo, mindmeister, Xmind и др.

По функциональному назначению интеллект-карта аналогична всем известному опорному конспекту В.Ф. Шаталова и реже используемому метаплану, распространённого в практике современного профессионального образования в Китае.

В частности, специфика конструирования опорного конспекта учитывает логику познавательной деятельности студента для создания не только целостной системы знаний об изучаемом объекте, но и логику учебно-познавательных действий по их формированию. Вначале размещаются учебные элементы, создающие ориентировочную основу деятельности, затем – формирующие исполнительские и контролирующие действия. В визуальном представлении и кодировании учебной информации в метаплане учитывается функциональное наполнение используемых геометрических элементов (полоса, облако, овал, прямоугольник), их размер и цвет, что опосредует определённое восприятие учебного материала.

Те же принципы двойного кодирования различных видов технической информации реализуются при конструировании логических и структурно-логических схем, графов учебной информации, технологических и инструкционных карт, часто применяемых в практике производственного обучения по техническим специальностям и т.д. В каждом из обозначенных видов знаково-символических продуктов присутствуют общие черты кодирования учебной информации на основе принципов иерархичности (соподчинённости) между понятиями и их функциональной нагрузки (Крылова Н.Н.; 2009) [15].

Потенциал представления учебной информации в знаково-символической форме, учитывая принципы кодирования и визуализации, на наш взгляд, заложен в диаграмме причины-следствия Исикавы (Cause-and-Effect-Diagram) [16]. Данный метод был разработан в начале 1950-х годов химиком Каорой Исикавой; является графическим методом анализа, формирования причинно-следственных связей и последующего графического представления.

Применение всех обозначенных методик возможно реализовать как в условиях индивидуальной, так и совместной групповой деятельности; использовать в условиях традиционного образовательного процесса как средство наглядности, так и как средство организации взаимодействия в условиях цифрового образовательного пространства. В таблице 1 представлено поэтапное взаимодействие педагога и студента с учебной информацией в совместной когнитивной системе, рассматриваемой как условие развития культуры интеллектуальной деятельности и повышения качества усвоения учебной информации студентом, основанной на репрезентации, кодировании, визуализации, создании знаково-символического продукта и формировании оригинального знаково-символического языка представления учебной информации, её усвоения и запоминания как традиционно, так и с привлечением информационных технологий (Крылова Н.Н.; 2021) [17].

Таблица 1

Организация и функционирование совместной когнитивной системы «Педагог – учебная информация – обучающийся»

Эта-пы	Деятельность педагога	Деятельность обучающегося
1 этап	Репрезентация учебной информации педагогом	Репрезентация учебной информации и готовых знаково-символических продуктов обучающимся
2 этап	Визуализация и кодирование учебной информации педагогом	Визуализация и кодирование учебной информации обучающимся
3 этап	Создание стандартного знаково-символического продукта для представления учебной информации обучающемуся	Создание оригинального знаково-символического продукта представления учебной информации обучающимся, в том числе с привлечением цифровых технологий (например, MindMeister; Xmind; Mapul; SimpleMind)
4 этап	-	Усвоение и запоминание учебной информации обучающимся на основе знаково-символических продуктов, в том числе с привлечением цифровых технологий (например, Anki, Supermemo); формирование оригинального знаково-символического «языка» представления учебной информации

Обобщение вышесказанного позволяет сделать следующие выводы:

- наглядность является формирующим средством образных компонентов интеллектуальной деятельности, которое способствует развитию умений оперировать образами и включать их в более сложные структуры мышления;

- наглядность и визуализация рассматриваются как необходимые условия для активизации внимания, управления процессом понимания, запоминания и, как следствие, саморегуляции эффективного усвоения учебной информации студентом;

- в процессе усвоения учебной информации осуществляется её двойное кодирование: *собственно кодирование* (обозначение изучаемых объектов, связей между ними и отношения к ним как части познаваемой реальности) и *визуализация* (представление изучаемой реальности в виде конкретного образа для её продуктивного осмысления и последующего произвольного запоминания в знаково-символической форме (в визуальной форме);

- знак и символ используются для приобретения, хранения, переработки и передачи любой информации, знаний и т.д. Знак и символ в обучении вводятся для двойного кодирования информации, с помощью чего обозначаются объекты, связи между ними и отношения к ним как части познаваемой реальности, а также учитывается, что в обработке любой поступающей информации принимают участие в едином взаимодействии образная и словесная системы. Основная цель кодирования и визуализации учебной информации в знаково-символической форме решить проблему продуктивного осмысления и произвольного запоминания учебной информации студентом в процессе обучения посредством освоения дополнительных приёмов структурирования, классификации и систематизации учебного материала;

- интеллектуально-графическая культура – это неотъемлемая составляющая культуры интеллектуальной деятельности студента, объединяющая интеллектуально-логическую и образно-графическую познавательные сферы, в основе которой лежат процессы кодирования и визуализации учебной информации в знаково-символической форме с целью её продуктивного осмысления и произвольного запоминания студентом в процессе обучения посредством освоения дополнительных приёмов структурирования, классификации и систематизации учебного материала;

- в основе конструирования, кодирования и визуализации учебной информации закладываются знаково-символические формы ее переработки, что активизирует интеллектуально-творческие резервы в процессе создания уникального творческого продукта (интеллект-карты, метаплана, опорного конспекта и т.д.) и формируется оригинальный знаково-символический «язык» наглядного представления учебной информации.

1. Трухан, И.А. Визуализация учебной информации в обучении математике, ее значение и роль / И.А. Трухан, Д.А. Трухан // Успехи современного естествознания. – 2013. – № 10. – С. 113-115; URL: http://www.natural-sciences.ru/ru/article/view?id=32992 (дата обращения: 01.07.2020).

2. Рапуто, А.Г. Визуализация как неотъемлемая составляющая процесса обучения преподавателей / А.Г. Рапуто // III Всероссийская научно-практическая Интернет-конференция «Инновационные направления в педагогическом образовании» с международным участием. URL: http://econf.rae.ru/article/5147 (дата обращения: 04.03.2023).

3. Усольцев, А.П. Наглядность и ее функции в обучении / А.П. Усольцев, Т.Н. Шамало // Педагогическое образование в России. – 2016. – №6. – С.102-109.

4. Крылова, Н. Н. Интервальное запоминание, кодирование и визуализация как способы саморегуляции эффективного усвоения учебной информации студентами / Н. Н. Крылова // Сурский вестник. – 2020. – № 1(9). – С. 51-55.

5. Салмина, Н.Г. Знак и символ в обучении / Н.Г. Салмина. – М.: Изд.-во Моск. ун.-та, 1988.- 288 с.

6. Бархаев, Б.П. Педагогическая психология / Б.П. Бархаев. – СПб.: Питер, 2009.- 448 с.

7. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка: 80000 слов и фразеологических выражений / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова. – М.: ООО «А Темп», 2010. – 874 с.

8. Новая философская энциклопедия: в 4 т. [Электронный ресурс]. – М.: Мысль, 2010. – URL: https: //iphlib.ru/library/ collection/newphilenc/ document/ HASH016 ac76ebd6e297504ddf56a (дата обращения: 06.03.2023).

9. Бабайцев, А.В. Знак, символ, эмблема: дифференциация понятий / А.В. Бабайцев // Вестник ДГТУ. – 2010. – Т.10. – №6 (49). – С. 991-999.

10. Коршунов, А.М. Теория отражения и эвристическая роль знаков / А. М. Коршунов, В. В. Мантатов. – Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1974. – 215 с.

11. Шафф, А. *Введение в семантику*. Монография / А. Шафф. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 376 с.

12. Остапенко, А.А. Техника графического уплотнения учебной информации / А.А. Остапенко, А.А. Касатиков, С.П. Грушевский // Педагогическая техника. – 2005.- №1. – 23-26.

13. Аранова, С.В. Интеллектуально-графическая культура визуализации учебной информации в контексте модернизации общего образования / С.В. Аранова // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2017.- №5. – С.9-16.

14. Козырева, О.А. Прогнозирование успешности профессионального становления будущих специалистов посредством интеллект-карт / О.А. Козырева, Н.И. Дьякова// Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2016. – №4 (38). – С.196-203.

15. Крылова, Н.Н. Методика профессионального обучения: учеб.-метод. пособие / Н.Н. Крылова, А.С. Мещеряков. – Пенза: Изд.-во Пенз.гос. ун.-та, 2009.-100 с.

16. Диаграмма Исикавы. – URL: https://up-pro.ru/encyclopedia/diagramma-isikavy/

17. Крылова, Н. Н. Развитие культуры интеллектуальной деятельности студента на основе принципов когнитивной эргономики / Н. Н. Крылова // Эргодизайн. – 2021. – № 4(14). – С. 272-282. – DOI 10.30987/2658-4026-2021-4-272-282.

18. Крылова Н.Н. Интеллектуально-графическая культура студента как способ реализации принципа наглядности в обучении // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Июль 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.27-31

Глава 4.

РОЛЬ ИНЖЕНЕРНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В ФОРМИРОВАНИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Голубева Н.В.

Актуализированные (профессионально-ориентированные) Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (ФГОС ВО 3++) специалитета по специальностям «Системы обеспечения движения поездов» и «Подвижной состав железных дорог» предусматривают формирование таких категорий общепрофессиональных компетенций, как «математический и естественнонаучный анализ задач в профессиональной деятельности» (способность «решать инженерные задачи … с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования») и «исследования» (способность «формулировать и решать научно-технические задачи в области своей профессиональной деятельности») [1]. Базовой составляющей этих компетенций является владение методом математического моделирования и умение эффективно применять его в своей научно-исследовательской и проектной деятельности.

Математическому моделированию как универсальному инструменту научного познания, отведена роль «главного проводника фундаментальных идей и технологий в естественные и технические науки, в производство» [2].

Постижение основ математического моделирования, освоение научных инструментов получения новых знаний, формирование исследовательских компетенций будущих специалистов, является главной целью авторского курса «Математическое моделирование систем и процессов» [3,4], который я веду в Омском государственном университете путей сообщения (ОмГУПС).

Эффективность познавательного процесса, глубина понимания изучаемых вопросов в существенной степени определяется правильным выбором инженерного математического программного обеспечения, на базе которого реализуется практическая часть данного курса. Авторский курс «Математическое моделирование систем и процессов» предусматривает применение инженерного приложения PTC Mathcad Prime 3.1. Потенциал этого приложения, мощный арсенал его инструментов дают возможность сделать процесс освоения методов и приемов математического моделирования эффективным, интересным, мотивированным и наглядным.

Средства PTC Mathcad Prime 3.1 позволяют студентам реализовать различные методы, приемы исследования, решения, анализа динамических моделей на базе математического аппарата обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ. Это инженерное приложение предоставляет инструменты для анализа линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных ОДУ различных порядков, для качественного исследования динамических систем методом фазовой плоскости. Особо следует выделить встроенную функцию odesolve, которая реализует выбор численного метода решения в зависимости от класса (типа) решаемого ОДУ (в том числе и для жестких систем). Применение функции odesolve дает возможность записать исследуемую модель и условия задачи в естественном наглядном математическом виде. Фрагмент документа Mathcad Prime 3.1 (электронного отчета студента по данной теме) приведен на рис. 1.

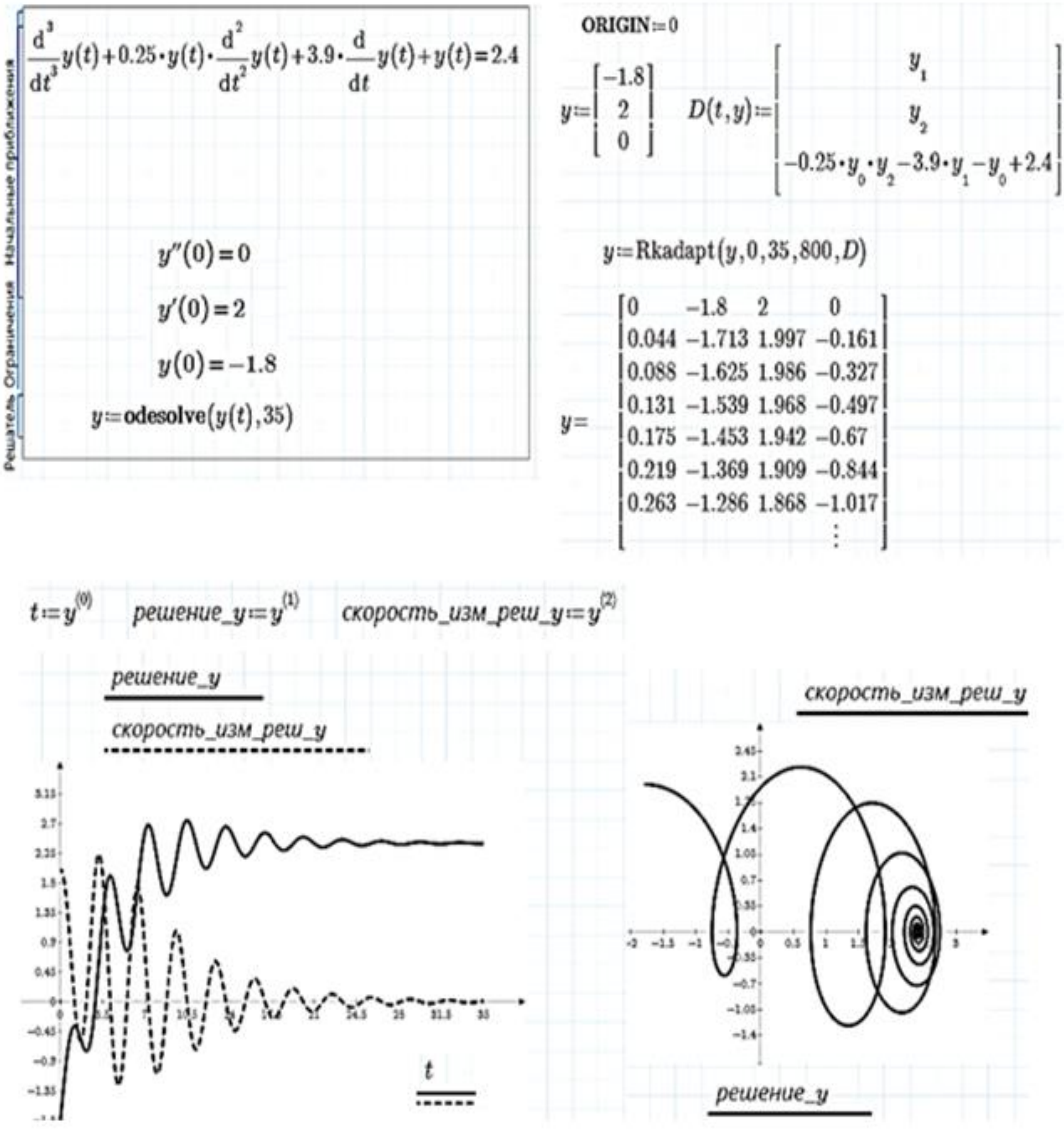

Рисунок 1. К реализации методов исследования динамических моделей в форме ОДУ

В среде PTC Mathcad Prime 3.1 студенты исследуют влияние параметров моделируемого динамического объекта на характер переходного процесса. Для динамической модели $T_2^2\frac{dy^2(t)}{dt^2}+T_1\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=x(t)$, описывающей изучаемый объект, определяется коэффициент относительного демпфирования $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$. Его величина зависит от вида корней соответствующего характеристического уравнения.

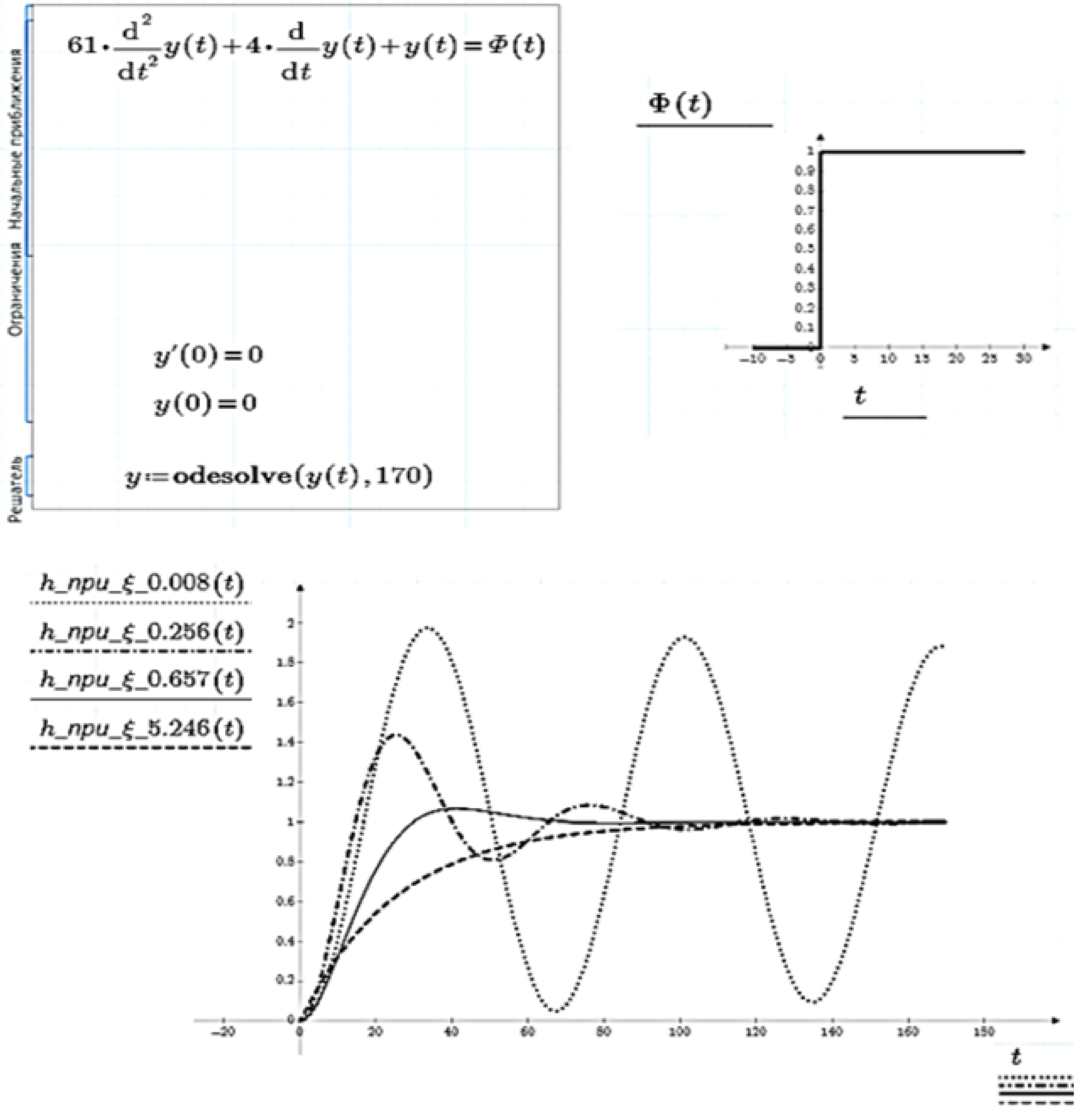

Рисунок 2. Исследование динамических свойств моделируемого объекта

В качестве входной функции *x(t)* – правой части ОДУ применяют функцию Хевисайда. Результатом решения такой модели – выходной функцией *y(t)* является переходная функция *h(t)*. График переходной функции – переходная характеристика содержит требуемую информацию о переходном процессе, а, значит, о динамических свойствах объекта моделирования. На рисунке 2 приведен фрагмент электронного отчета студента в PTC Mathcad Prime 3.1, демонстрирующий исследование влияния параметров моделируемого динамического объекта на его динамические свойства.

Применение инженерного приложения PTC Mathcad Prime 3.1 в рамках дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» дает возможность студентам освоить решение таких задач, как обработка и анализ результатов эксперимента, формирование и оценка адекватности эмпирических моделей, исследование принципов решения статических моделей, реализация методов численного интегрирования, исследование процессов в электрических цепях на основе математического аппарата пространства состояний и многих других [5]. При этом будущие специалисты активно используют встроенную систему программирования PTC Mathcad Prime 3.1.

По мере изучения возможностей PTC Mathcad Prime 3.1 в ходе практических занятий, у многих студентов появляется мотивированное стремление продолжить работу с этим программным обеспечением в рамках научно-исследовательской деятельности и в целях своего дальнейшего интеллектуального развития.

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования. URL: http://fgosvo.ru/fgosvo/153/150/26 (дата обращения 4.07.2020).

2. Ильин В. П. Как реорганизовать вычислительные науки и технологии? // Вестник Российской Академии Наук. 2019. Том. 89, № 2, Новосибирск, С. 232-242.

3. Голубева Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие СПб.: Издательство «Лань», 2016. −192 с.

4. Голубева Н. В. Основы математического моделирования систем и процессов: учебное пособие. 2-е издание, с изм. Омск: ОмГУПС, 2019. 95 с.

5. Голубева Н. В. Базовый инструмент исследовательской деятельности: формирование компетентного инженера // Человек и образование. 2019. № 1 (58), СПб, С. 141-146.

6. Голубева Н.В. Роль инженерного математического программного обеспечения в формировании исследовательских компетенций // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Июль 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.48-52

РАЗДЕЛ 2
СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ КАК УСЛОВИЕ ОСОЗНАННОГО УСВОЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ. СХЕМЫ, ТАБЛИЦЫ, ЗАДАЧИ.

Глава 5.
СХЕМЫ И ТАБЛИЦЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Дьяченко Н.В.

На всём протяжении истории существования педагогики не прекращаются поиски новых условий для улучшения и оптимизации учебно – воспитательного процесса; при этом педагоги всегда обращались в своей практике к схемам и таблицам. Можно сказать, что последние не являются ни инновацией, ни открытием, но в настоящий момент являются предметом исследований, апробаций и, одновременно, – инструментом педагога для улучшения качества целостного образовательного процесса.

Задача данного исследования – из уже известного методико-педагогического опыта (в том числе опыта, начиная с древности), которые до сих пор для любого педагога практика служит опорой и фундаментом для формирования своих методико – педагогических принципов в работе. При этом, необходимо рассмотреть только лишь теоретическое обоснование вопроса использования таблиц и схем в процессе обучения, так как практическая составляющая методических особенностей применения таблиц и схем требует отдельной статьи.

Научное обоснование вопроса использования и применения таблиц и схем в педагогической области всегда глубоко изучалось. Такие авторы как Крайнов В.А., Давыдов Д.Г. провели подробный анализ места и роли таблиц в преподавании [1], Осипова А.В. рассмотрела применение таблиц и схем в контексте подготовки иностранных студентов при изучении литературы [2], Войтов А.Г. провел кропотливую работу по анализу, сравнению, структуризации таблиц и сравнением с инфографикой [3]. В свою очередь, Скакун В. А. в таблицах и схемах представил как раз методику преподавания, которая актуальна особенно своей содержательной частью [4].

Представленный материал основывается не только на научных достижениях коллег – педагогов, собственном историческом образовании, но и на собственном педагогическом двадцатилетнем опыте работы.

Важно подчеркнуть, что анализ педагогического использования методических данных схем и таблиц необходимо проводить с учетом исторического контекста, выделив их основные функции в рамках педагогического процесса, отметить плюсы и минусы применение и использования схем и таблиц.

Любые технологии, методы или приёмы в педагогическом пространстве всегда имеют определенную историю становления, которая часто начинается не с официального исследования учёных, а задолго до этого.

Подчеркнем, что до появления педагогики как науки и исследований с незапамятных времен древний человек изображал сцены охоты. Это обусловлено неразвитостью художественных умений для изображений объемных объектов. Кроме того, упрощённость и схематизм ускоряли процесс рисунка (первобытный мир – это мир опасности и раскрываться творчески без спешки вряд ли было время). При этом важно вспомнить, что схематичные рисунки могли играть роль знаков для чужаков о собственниках территории (по аналогии с сегодняшними географическими картами, которые также используют для определения границ, нахождения объектов). Можно говорить о том, что человек той эпохи с помощью таких схематичных рисунков на стене пещеры мог обучать молодое поколение (при неразвитости речи это играло серьезную роль в процессе социализации соплеменников). Тем самым, не ставя специальных задач, доисторический художник передал нам изображение социальных моментов своего существования, а схематизм и простота этих рисунков несла больше информации, чем текст на утраченном или неизвестном нам языке.

В свою очередь, в Древнем Египте, письменность в своей основе - табличного вертикального расположения, что подтверждают изображения на стенах храмов, гробниц и древних папирусах. Кроме такой письменности, культура Древнего Египта полна примеров использования методики работы со схемами в изображении Богов и мифических сюжетов. Можно предположить, что схематичность – отсюда и простота изображения – были рассчитаны на простых безграмотных граждан. Именно схематичное изображение мифов, структуры божественного пантеона помогало преподнести довольно сложный материал (но очень необходимый для поддержания социальной структуры и иерархии) без специального обучения.

Кроме религиозной направленности имевших место в таблицах и схемах в тот период, находим примеры в использовании этого вида наглядности у древних математиков. Можно предположить, что здесь они выполняют иную функцию – не примитивизация материала, а систематизация и его структуризация.

Если обратиться к хронологически более близкому историческому периоду, то ярким примером служит не только сама таблица Менделеева Д. И., но и мифическая история её создания (при том, что таблица, созданная более века назад, до сих пор дополняется химическими элементами). При этом, несомненно, главное: высокая функциональность и практическое применение данной таблицы.

Анализируя опыт применения схем и таблиц в педагогическом процессе теперь уже XX века, необходимо отметить представителя плеяды исследователей – практиков, в частности, Шаталова В. Ф., который в своей педагогической деятельности предметника по физике в средней школе города Донецка в поиске методического ответа на проблему неуспеваемости по физике создал систему, которая в дальнейшем стала целым направлением по работе со схематичным и кратким изображением преподносимого материала, и сейчас она известна как «система опорных сигналов».

Рассмотрим определение опорного сигнала у самого Шаталова. Опорный сигнал – это «ассоциативный символ, который заменяет некое смысловое значение; он способен мгновенно восстановить в памяти известную и ранее понятую информацию». [5].

Существуют особенности методики В. Ф. Шаталова, которые необходимо отметить:

- обязательное обращение к образности в процессе преподавания;
- личностная заинтересованность педагога;
- эмоциональная подача материала;
- краткость и лаконичность содержательной части;

- обязательное условие – непосредственная работа обучающегося с опорными конспектами (чтобы обучающийся переписал, распечатал или сделал ксерокс листа с опорными сигналами);

- всегда обучающийся всегда может пользоваться опорными конспектами, переписанными собственноручно: это закрепляет навык использования опорных сигналов;

- неоднократное обращение к прошедшему материалу реализует один из принципов педагогики – систематичность и принцип повторения;

- обязательная демонстрация примера использования опорных сигналов самим педагогом, например при объяснении нового материала;

- опорные сигналы содержательно не выходят за рамки материала в учебниках, при этом, отдельного оценивания достойны те опорные сигналы обучающихся, которые как раз содержат дополнительный материал. [6]

Относительно современный вариант использования таблиц и схем в образовательном процессе можно обозначить как «новое-старое», по схематичному изображению – это инфографика. Это изображение, построенное по следующему алгоритму: информация передается с помощью небольшого по объему количества текстового материала, а в основном – с помощью схем, слов, цвета, шрифта. Как правило, используют инфографику в рекламе, плакатах, информационных стендах, в современном городском искусстве.

Рассматривая главные отличия инфографики от опорных сигналов, необходимо отметить следующее: инфографика – это схематичное наглядное изображение с небольшим количеством текста, который, как правило, кратко передаёт содержательную часть материала. И основное отличие инфографики от опорных сигналов состоит в том, что

- в методике опорных сигналов не используется стандартная форма (как это происходит в инфографике); в опорных сигналах знаки и символы неповторимы, это создаёт условия для лучшего запоминания;

- опорные сигналы никогда не прослеживаются параллели с компьютерными дизайнерскими программами, а вот в основе инфографики лежат принципы информационного дизайна;

- инфограмма чаще применяется в рекламе и маркетинге, далеких по своему функционала, направленности, методов и приёмов от педагогики;

- инфографика больше теоретически проработана, а значит, таким образом, она разрекламирована;

- инфографика носит не столько информационный кейс, сколько рекламирующий;

- инфографика не рассчитана на практическую реализацию перечня методико – педагогических принципов (которым более ста лет, и мы так же учим по ним и опираемся на них, как бы это не казалось вчерашним днём);

- инфографика не передаёт информацию от субъекта к объекту, от преподавателя к обучающемуся, а всё-таки основывается на условии самостоятельного изучения.

Инфографика, ещё два-три года назад казалась каким-то пиковым педагогическим достижением, но сегодня интерес к ней падает и «мода» на инфографику в образовании проходит. Следует отметить, что в Москве существует и плодотворно работает школа близкого друга и ученика В.Ф.

Шаталова Виноградова С. Н., которая активно применяет их при подготовке обучающихся к современному экзамену ЕГЭ (чего не скажешь о инфографике).

Таким образом, стабильное применение и использование схем и таблиц на протяжении множества лет в образовательном процессе, свидетельствует о том, что направление хоть и серьезно разработанное, но всё же имеющее потенциал для дальнейшего развития в образовательном процессе.

Если рассмотреть этимологию понятия «схема», то оно означает упрощенное понимание визуального восприятия. Так, в словаре Ожегова С. И. «Схема – это изложение, написание, изображение чего-либо в главных чертах». [7]

В свою очередь, таблица у того же С. И. Ожегова – это «сведения о чем либо, расположенные по графам». [8] Таблица таким образом выступает в роли метода распределения, систематизации и структурирования неких данных (здесь опыт применения на любых направлениях, дисциплинах и в узко профессиональной деятельности очень обширен).

При этом, и схемы, и таблицы призваны упростить процесс восприятия и запоминания информации. Если задача в использовании и применении в учебном процессе схем и таблиц состоит лишь в упрощении, возникает резонный вопрос: не приведет ли это к примитивизации не только процесса обучения (который выступает объектом рассмотрения в данном случае), но и любой деятельности, где будут использоваться схемы и таблицы. Поэтому, логично, было бы остановиться на рассмотрении перечня функций схем и таблиц относительно образовательного процесса, куда входят и процесс обучения, и процесс воспитания.

Как выше отмечалось: одной из определяющих функций является **упрощение восприятия информации** или, другими словами, фрагментация наиболее объёмного отрывка материала на более мелкие.

Исходя из предыдущей функции, логично предположить, что это приведет к **облегчению визуального восприятия,** а в качестве результата сформируется соответствующее запоминание. Следует отметить то, что в рамках современной образовательной парадигмы присутствует негативная интенция рассматривать в негативном ключе такой образовательный элемент как запоминание, и совсем отвергается так называемый «знаниевый» подход (основа которого было запоминание, заучивание больших объёмов материала). Но любой педагог и психолог отметят, что такую психическую функцию человека как память, несомненно, надо развивать и использовать для достижения поставленных целей и задач в процессе обучения, в том числе для запоминания материал. Так любая компетенция зиждется на знаниях, умениях и навыках. [9]

Таким образом, нам представляется, что использование в педагогической практике схем и таблиц способствует наиболее продуктивному усвоению и запоминанию материала.

Следующий важный момент заключается в том, что современный образовательный процесс достаточно перегружен информативно. Не является, в этом смысле исключением и социальные дисциплины, в частности политология. Так количество необходимого материала с каждым годом растет, а увеличить количество месяцев в году, предназначенных для учёбы, физически невозможно. В связи с этим представляется интересным рассматривать следующую функции схем и таблиц в образовании: **эргономичность подачи материала**. Примером этого является тот факт, что этапы развития международных отношений за многовековую историю можно собрать в таблицу на одном слайде презентации или лист формата А4. Конечно, такое эргономичное преподнесение материала подходят лишь для обучающихся не политологических факультетов, которые изучают политологию в кратком изложении и лишь на первых курсах.

Изучение психики человека поставило исследователей перед необходимостью анализа ассоциативной памяти. Так называемую ассоциативную теорию разрабатывали Г. Эббингауз, [10], Г. Мюллер [11] и некоторые другие. В XVII веке ассоциативная теория в психологии заменена на гештальт-теорию. которая исследовала как у человека различные цвета, элементы, фигуры, знаки ассоциируются с определённой информацией, этапами истории и с действиями. Отсюда, проистекает ещё одна функция схем и таблиц в образовательном процессе – это **использование ассоциативного мышления в работе.**

В этом контексте важно понимать, что объёмный материал в учебниках и пособиях у части обучающихся, которые не умеют систематизировать материал, приводит к страху перед работой с таким объёмным текстом. В результате, отторжению материала, падению интереса в целом к дисциплине, а, иногда, и к процессу обучения в целом, что всегда ведёт к ухудшению качества образования.

Таким образом, еще одна функция состоит в том, что с помощью создания условия для формирования умений по работе со схемами и таблицами, обучающиеся реализуют компетенцию **по систематизации учебного материала, логического построения.** Не будем забывать о том, что зачастую, приходя в ВУЗ, часть вчерашних школьников не умеют писать лекции и конспекты. При этом лекции воспринимают как «писание под диктовку», что значительно ухудшает такой вид занятия, который уже рассчитан на умение формировать конспекты, выделяя из речи лектора важное для себя. Поэтому следующей функцией схем и таблиц в образовательном процессе является **умение и навык конспектирование, выделения главного, систематизация материала.** Именно это навык так остро необходим как раз в дистанционном обучении, актуальность которого последнее время резко возросла. [12]

Для методически выверенного использования таблиц и схем в образовательном процессе, отметим плюсы и минусы применения и использования схем и таблиц.

Плюсы применения схем и таблиц в образовательном процессе:

- использование в любой профессиональной деятельности

- высокая эффективность по отношению к любой возрастной категории;

- использование и применение на практике не требует специальных навыков, а значит не требует затраты времени на обучение специалистов;

- применение схем и таблиц вносит разнообразие в процесс обучения;

- упрощает восприятие информации;

- сокращает объёмный материал;

Минусы использования схем и таблиц:

- упрощенное преподнесение информации отучает обучающихся от самостоятельного описка материала;

- частое применение схем и таблиц у обучающихся с неразвитой речью приведёт к косноязычию. Когда такой обучающийся будет рассматривать и учить материал лишь в рамках краткого, представленного материала.

Рассмотрев основные методологическо – теоретические аспекты работы в процессе обучения со схемами и таблицами, обратим внимание на то, что немаловажную роль схемы и таблицы играют и в воспитательном процессе. Так, всем известная формула, что образовательный процесс – это синтез воспитания и обучения, говорит о равноправности и воспитания и обучения в системе образования.

Следует обратить внимание проблема заключается в том, что процесс обучения значительно более разработан, а поэтому возникает ложное представление о его доминантности в образовании. Однако, воспитательный процесс обладает качеством всепроникновения везде и всегда. Так каждая минута процесса обучения так или иначе наполнена воспитанием. Сюда относится и поведение педагога, его речь, уважение к обучающимся (как ни странно) внешний вид педагога. В нашем случае, в воспитательном процессе использует наглядность в аудиториях и рекреационных зонах. Наглядность в виде таблиц и схем может быть связана с дисциплиной непосредственно, а может носить агитационный характер, непосредственно ассоциированный с целями воспитания данных обучающихся.

Как результат, краткого методологически – теоретического анализа схем и таблиц в образовании, необходимо выделять виды наглядности, что бы было понимания места здесь непосредственно таблиц и схем:

- текстовая или словесная наглядность (текстовые презентации, плакаты, информационные плакаты);
- предметная или узкоспециальная наглядность (математические таблицы и диаграммы, химическая таблица Менделеева);
- изобразительная или художественная наглядность (репродукции картин);
- объемная или плоскостная наглядность (муляжи, макеты, карты);
- символическая наглядность (опорные сигналы В. Ф. Шаталова);
- предметная (перцептивная) и образная (мнемическая) наглядность по Я. А. Коменскому;
- натуральная или естественная наглядность (музеи, природные объекты, архитектура);
- условно – графическая наглядность (схемы, таблицы, графики).

Рассмотрев основные виды наглядности, можно прийти к выводу, что четкой градации или классификации наглядности не существует, тем более места схем и таблиц в такой классификации. Процесс обучения и преподавания во многом был и остаётся творческим, напрямую зависящим от педагога, его заинтересованности, опыта и образования. Так рассматриваемые в статье схемы и таблицы могут относиться к таким видам наглядности, как условно – графическая, предметная (по Я. А. Коменскому), симоволическая, плоскостная, узко – специальная и текстовая.

Таким образом, схемы и таблицы в образовательном процессе на протяжении многих лет выполняют достаточно важную роль в методике обучения, то есть адаптируются к современным реалиям.

1. Крайнов В.А., Давыдов Д.Г. Таблицы и схемы – основные средства условно – графической наглядности/ В сборнике: Проблемы и тенденции научных преобразований в условиях трансформации общества. сборник статей по итогам Международной научно-практической конференции. Стерлитамак, 2020. С. 27-30.
2. Осипова А.В. Использование элементов наглядно-графического характера в процессе преподавания литературы для студентов иноязычных групп/ В сборнике: Русский язык за рубежом: инновационные подходы и эффективные практики открытого образования. Материалы Международной научно-методической конференции. Редколлегия: А.Ю. Маслова (отв. ред.) [и др.]. Саранск, 2021. С. 288-300.
3. Войтов А.Г. Наглядность, визуалистика, инфографика системного анализа Учебное пособие / Москва, 2019. (4-е издание)
4. Скакун В.А. Методика преподавания специальных и общетехнических предметов (в схемах и таблицах) Учебное пособие для начального профессионального образования М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 128 с.
5. Шаталов, В. Ф. Учить всех, учить каждого / В. Ф. Шаталов // Педагогический поиск. – М., 1987. – С. 159–167.
6. Дьяченко Н. В. Современный опыт использования методики В. Ф. Шаталова//Школьные технологии. 2022. № 2. С. 30-34.
7. Ожегов С. И. Словарь русского языка. М, «Русский язык», 1987 г. – с.639.
8. Ожегов С. И. Словарь русского языка. М, «Русский язык», 1987 г. – с.642.
9. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии: в 2 т. – Т. 1- М., 1089 – с. 302.
10. Эббингауз Г., Бэн А. Ассоциативная психология (Очерк психологии. Психология). Серия: `Классики зарубежной психологии`. Художник Ю.Д. Федичкин. М. АСТ-ЛТД 1998г. 544 с.
11. Шульц Д.,Шульц С. История современной психологии – М, 2010 г – с.351.
12. Шныпко В. С. Дистанционное обучение: уроки ковид// Школьные технологии, 2021 г, №1 – с. 14 – 18.
13. Идея наглядности в дидактике Коменского и в современном образовании (diplomba.ru) (дата обращения 25.09.22)
14. Дьяченко Н.В. Роль и место таблиц в образовательной системе // Science. Research. Practice (Наука. Исследования. Практика): сборник статей международной научной конференции (Санкт-Петербург, Октябрь 2022) – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2022. С.30-32

Глава 6.
ФУНКЦИИ ЗАДАЧ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

Садовников Н.В., Рузляева Ю.С., Кабина С.В.

Всегда можно выделить несколько возможных классификаций того или иного занятия. Каждая классификация зависит от того или иного основополагающего принципа, положенного в ее основу.

Для понятия математической задачи выделим следующие, на наш взгляд, наиболее очевидные и целесообразные классификации:

1) в зависимости от содержания условия – задачи с Практическим (прикладным) и абстрактным содержанием;

2) по виду требования – задачи на вычисление (нахождение), на доказательство, на построение, на исследование и др.;

3) исходя из полноты данных условия – правильно поставленные и неправильно поставленные; среди правильно поставленных могут быть строго определенные, нестрого определенные и недоопределенные;

4) в зависимости от характера приемов решения – стандартные и нестандартные задачи;

5) по учебной роли и дидактическому значению – задачи на введение новых понятий, аксиом, теорем; задачи для усвоения нового материала; задачи на применение изученных понятий и теорем;

6) исходя из формы задания условия – задачи, заданные текстом, рисунком, чертежом или моделью;

7) по способу деятельности при решении задачи – устные, письменные, задачи с предварительным измерением, комбинированные;

8) по характеру заданных объектов – задачи с числовыми данными и без числовых данных;

9) в зависимости от количества требований – одновопросные, многовопросные, задачи с явно несформулированным вопросом;

10) по характеру логических связей между условием и требованием – прямые, обратные и противоположные им задачи.

В вузовском курсе математики (как и в школьном) задачи выступают как цель и как средство обучения. Смысл задачи как средства обучения состоит в том, что только с его помощью учебный материал, подлежащий усвоению, может стать предметом деятельности студентов и курсантов. Всякое содержание становится предметом деятельности лишь тогда, когда оно принимает для учения вид определенной задачи, направляющей и стимулирующей учебную деятельность. Задачи выступают также как средство целенаправленного формирования математических способностей, познавательного интереса, самостоятельности, активности студентов и курсантов в обучении.

Рассмотрим вопрос о функциях задач в обучении математике применительно к школьному курсу математики, а затем спроектируем эти функции к преподаванию курса математики в военном вузе. Оттолкнемся от классиков дидактики, определяющих познавательную задачу, как проблему, решаемую при данных условиях и параметрах. Основной характеристикой такой задачи (ее основной функцией) является формирование у школьников способности вести самостоятельный поиск ее решения, самостоятельно осуществлять познавательную деятельность. Согласно М.Н. Скаткину, «если способ решения задачи ученику заранее известен или дан ему в готовом виде, то такая задача не является проблемой» [1]. Другой классик российской (советской) дидактики И.Я. Лернер, определяя обучающе-познавательную задачу, указывает, что основной функцией такой задачи является передача обучаемым соответствующей учебной информации. Такая задача «обучает учащихся способу решения, который ученик потом применит при решении сходных задач» [2], при этом задача ставится и решается самим учителем, а ученику отводится роль наблюдателя. Функцией «формировать у учащихся соответствующие умения и навыки (по известному образцу) обладают тренировочные познавательные задачи» [2]. Выделяются поисковые задачи, основная функция которых – формировать способность учащихся на основе имеющихся знаний и опыта получать новые знания или отыскивать новые средства поиска этих знаний.

Можно выделить методические работы, в которых в качестве основных функций задач выделены познавательные развивающие и прикладные, а также – функция обучения решению задач [3]. При этом воспитывающая функция задач проявляется в процессе реализации любой из этих функций.

Согласно другому подходу [4] в качестве основных функций математических задач можно выделить дидактические, познавательные и развивающие функции. Эта типология функций задач основана на таком принципе: задачи, которые реализуют все требования к усвоению программного материала – задачи с дидактическими функциями; задачи, направленные на углубленное его изучение – задачи с познавательными функциями; задачи, направленные на расширение знаний по программному материалу и требований к уровню его усвоения – задачи с развивающими функциями. В истории математического образования был период, когда произошел отказ от традиционного понимания роли задач как средства реализации лишь непосредственно обучающих целей и признания их особой роли в развитии и воспитании обучаемых.

На наш взгляд, как показывает практика обучения математике в школе и в вузе, любая конкретная задача, которая ставится на том или ином этапе обучения, несет в себе самые разнообразные функции. Эти функции в конкретных условиях, определяемых либо студентом (курсантом), либо преподавателем, проступают явно или скрыто. А поэтому корректно говорить не о задаче, несущей какие-либо конкретные функции, а о той или иной функции, которую реализует данная учебная задача в качестве ведущей (в данный конкретный момент). Значимость функции учебной задачи при этом имеет динамичный характер [5]. В зависимости от конкретных условий обучения, скрытая функция задачи может выступить явно, а ведущая функция оказаться нереализованной. Иногда преподаватель не видит ведущей (по мнению авторов учебников) функции той или иной задачи, и поэтому ее постановка не достигает желаемой цели. И наоборот, другой, творчески работающий преподаватель, может видеть гораздо «дальше» авторов учебника, вскрывая и реализуя в ходе решения той или иной задачи более широкие (или более полезные) функции, чем те, которые ей официально приписываются.

Так как основными компонентами вузовского обучения математике (как и школьного) являются собственно обучение (понимаемое как формирование у студентов (курсантов) определенной системы знаний, математических умений и навыков, профессиональных компетенций), воспитание математической культуры курсантов и развитие их математического мышления, то целесообразно в качестве ведущих (основных) функций задач считать обучающие, воспитывающие и развивающие. Каждая из перечисленных основных функций задач в обучении математике практически никогда не выступает изолированно от других. Однако ведущая функция задачи, которая определена основной целью ее постановки перед курсантами, должна быть реализована в первую очередь. Несвоевременное акцентирование внимания курсантов на второстепенной функции той или иной задачи может отрицательно сказаться на эффективности ее использования на занятии. В практике обучения имеют место задачи, которые в качестве ведущей несут в себе не одну из трех основных функций, а сразу две, а может быть и все три одновременно.

При выявлении обучающих функций задач исходными должны быть учебная программа по высшей математике, действующие учебники, ФГОСы по математической подготовке студентов (курсантов). При определении воспитывающих функций задач в качестве содержательной основы необходимо принять цели, которые сформулированы в правительственных документах, президентских указах, посвященных системе образования России. Эти цели в идеале должны быть направлены на усиление общечеловеческих моральных ценностей, на воспитание тех качеств, которые необходимы подрастающему поколению в настоящее время и в будущем. При определении развивающих функций задач следует исходить из результатов исследований психологии мышления, педагогической и военной психологии с учетом их реализации в процессе военно-профессионального обучения.

Под обучающими следует понимать функции задач, которые направлены на формирование у курсантов системы математических знаний, умений, навыков, профессиональных компетенций, предусмотренных программой, профессиональными стандартами, квалификационными требованиями, расширяющими и углубляющими их содержание. На наш взгляд, обучающие функции задач можно подразделить на функции общего, специального и конкретного характера.

Воспитывающие функции задач – это функции, направленные на формирование определенного мировоззрения (можно и диалектико-материалистического, например) познавательного интереса, самостоятельности, навыков учебного труда, воспитание определенных взглядов и убеждений, патриотизма, гордости за свою родину, а также высоких нравственных качеств. Воспитывающие функции математических задач можно подразделить лишь на функции общего и специального характера. На наш взгляд, сложно говорить о воспитательных функциях задач конкретного характера.

Под развивающими функциями задач понимаем те, которые направлены на развитие мышления студентов (курсантов), на овладение ими эффективными приемами умственной деятельности. Развивающие функции задач подразделяются на общие специальные и конкретные. Причем перечень конкретных развивающих функций учебных математических задач слишком велик, чтобы быть охарактеризованным частичным перечислением.

К трем указанным выше основным функциям, традиционно реализуемым на учебных математических задачах, мы добавляем еще одну важную функцию – контролирующую. Под контролирующими будем понимать функции задач, направленные на установление уровней обученности и обучаемости, способности к самостоятельному изучению математики, уровня математического развития студентов и курсантов, сформированности их познавательных интересов. Выделяя контролирующие функции, мы, прежде всего, имеем в виду их специальные и конкретные функции [6].

Проблему, связанную с функциями задач, прежде всего в вузовских математических курсах, рассмотрим с других позиций. Отметим лишь, что у основной вузовской организационной формы обучения (лекции) реально существуют ограниченные возможности. Основная задача лекции, на наш взгляд, – всего лишь создание у студентов (курсантов) полноценной ориентировки в предмете и способах работы над ним. Лекция обеспечивает лишь первоначальный уровень овладения материалом. Когда не требуется усвоения более высокого уровня (воспроизведение, умения и навыки, перенос знаний), необходимы практические занятия. Наиболее активно процесс формирования специалиста (офицера – инженера) происходит именно на практических занятиях, которые в курсе высшей математики сводятся, в основном, к решению задач (задача как средство обучения). С другой стороны, умение решать задачи – неотъемлемое условие осуществления математической и любой другой деятельности, наиболее характерное проявление владения предметом, превалирующая составная часть профессиональной подготовленности курсантов – будущих офицеров. Поэтому очень важно, чтобы будущий военный инженер, понимая роль и место задач при изучении математики (других учебных предметов), во-первых, научился решать задачи сам, и, во-вторых, учился обучать этому умению своих будущих подчиненных. Это ставит перед преподавателем, ведущим практические занятия в военном вузе, две серьезные проблемы: первая связана с отбором системы упражнений и задач, вторая – с его собственной деятельностью на занятиях.

Для задач курса математики военного вуза имеет место те же функции, описанные нами выше, а также можно выделить новые функции – нести военно-профессиональную направленность и методическую функцию. Методическая функция задач, связанных с обучением будущего офицера умению решать задачи самому и умению обучать своих подчиненных решению задач (причем, далеко не только математических). Причем постигать это умение курсант военного вуза должен непрерывно в течении всего периода обучения. Эта функция включает в себя в общем случае: выделение четырех основных этапов процесса решения задачи с особым вниманием к этапам поиска плана решения и анализа выполненного решения; целенаправленное и систематическое обучение курсантов выявлению этих этапов; методическое сопоставление различных способов решения одной и той же задачи (при этом сопоставление может быть проведено по разным параметрам, по его искусственности или естественности, по красоте и изяществу и т.д.); комментарий преподавателя к задаче о ее научной и военно-прикладной ценности; методический комментарий ко всей системе упражнений, рассмотренной на данном практическом занятии.

В целом, функции математических задач примерно одинаковы как в школе, так и в военном вузе. Конечно, учитывая специфику школьного курса математики, можно частично согласиться с отсутствием в нем методической функции задач. Хотя, на наш взгляд, в старших классах было бы целесообразным знакомить учащихся с методикой работы над задачей (в теоретическом плане), обучать их некоторым эвристическим приемам, используемым при решении нестандартных зада, учить их искать план решения с использованием семантико-синтетического метода, знакомить с сущностью анализа и синтеза как методов научного познания, наиболее часто используемых при решении задач и т.д.

Традиционно самой важной функцией задач как в школьном курсе математики, так и в вузовском является дидактическая, что вполне объяснимо. Далее в иерархии функций в школьном курсе идут развивающая, а подспудно с первыми двумя – воспитательная. В вузовских же курсах математики после дидактической функции задач в иерархии располагается функция их профессиональной направленности и методическая, а уже затем – развивающая и воспитательная. Это относится и к курсу математики военных вузов. В педагогических вузах после дидактической функции в иерархии должна быть методическая функция, которая почти совпадает с профессионально-педагогической направленностью математических задач.

Если же к целям образования подходить не традиционно, а используя философские концепции образования И. Канта или Г. Гейгеля, то соответственно должна меняться и иерархия функций задач и в школьном, и в вузовском курсах математики. Ведь если образование понимать как процесс выхода человека из состояния своего несовершеннолетия, а несовершеннолетие – это неспособность человека самостоятельно пользоваться своим разумом (И. Кант) или как восхождение к гуманности, или как способ движения духа к состоянию зрелости, т.е. переход от природного состояния к духовному, путешествие из страны дикого природного Я в страну духа, культуры, гражданства (Г. Гегель), то приоритет должен быть отдан задачам с преобладанием воспитательных и развивающих функций. Остальные функции уже будут подчинены этим двум.

---

1. Снаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. М., 1990.

2. Познавательные задачи в обучении гуманитарным наукам/Под. ред. И.Я. Лернера. М..Я. Лернера. М., 1982. С. 21-23.

3. Рузин Н.К. Познавательная и развивающая функция задач в обучении учащихся начальных классов: Дисс. канд. пед. Наук. М., 1991. – 234с.

4. Нешков К.И., Семушин А.Д. Функции задач в обучении. //Математика в школе. 1971. №3. С.3-5.

5. Колягин Ю.М. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы: Дисс. д-ра пед. наук. М., 1977.-398с.

6. Садовников Н.В. Методическая подготовка учителя математики в педвузе в контексте фундаментализации образования: Монография.- Пенза. ПГПУ., 2005.-283с.

7. Садовников Н.В., Рузляева Ю.С., Кабина С.В. Функции задач в обучении математике в вузе // Интеграция науки, производства, промышленности и инноваций: сборник статей международной научной конференции (Архангельск, Октябрь 2022) – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2022. С.14-18

РАЗДЕЛ 3
ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА В ЧАСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ФИЗИЧЕСКИХ И ГРАФИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Глава 7. О РОЛИ МОДУЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Худжина М.В., Криволапова Е.А.

В условиях всевозможных ограничений для реализации учебного процесса в традиционном очном режиме (пандемия, неблагоприятные погодные условия и др.) образовательные организации задействуют такие технологии обучения, которые позволяют сохранить качество образования в рамках дистанционного взаимодействия преподавателя и обучающихся. Преподаватели вузов совершенствуют технологические карты в рабочих программах дисциплин, уделяя особое внимание представлению в них оценочных средств и максимально подробных инструкций для обеспечения результативности самостоятельной работы, направленной на освоение компетенций в соответствии с установленными индикаторами [1], [2]. В образовательных организациях среднего общего образования эффективно используется модульная технология обучения, для реализации которой также разрабатывается технологическая карта, регламентирующая самостоятельную работу учащихся по предмету.

Модульная система обучения имеет существенные отличия от традиционной системы. Сравнительный анализ традиционного и модульного обучения, проведенный Н.Б. Лаврентьевой [3], показывает, что к преимуществам модульного обучения относятся: высокая степень гибкости и приспособляемости к конкретным организационным и технологическим условиям; возможность постоянно совершенствовать учебные модули без изменения общей структуры программы; создание климата сотрудничества и партнерства. Модульный подход может применяться и как основной метод обучения, и в сочетании с классическими методами обучения. Роль преподавателя сводится в основном к контролирующей и консультирующей деятельности, что дает возможность уделить время обучающимся, испытывающим затруднения при изучении математики. В работе [4] отмечается, что модульный подход позволяет преподавателю проследить уровни обученности на начальном и конечном этапе изучения модуля, выявить существующие затруднения и выбрать способы их коррекции.

Модуль может быть представлен как учебный элемент в форме стандартизированного буклета, состоящего из следующих компонентов: точно сформулированная учебная цель; список необходимого оборудования; список смежных учебных элементов; собственно учебный материал в виде краткого конкретного текста, сопровождаемого подробными иллюстрациями; практические задания для отработки необходимых навыков, относящихся к данному учебному элементу; контрольная (проверочная) работа, которая строго соответствует целям, поставленным в данном учебном элементе [5]. Компоненты учебного элемента не являются жестко фиксированными и могут варьироваться в зависимости от специфики конкретной дисциплины.

В *структуре* каждого *модуля* можно выделить следующие этапы.

1. Мотивационный этап. Беседа, настраивающая на самостоятельную деятельность на уроке. Инструкции к последующей работе.

2. Работа с модульными блоками – учебными элементами (УЭ), которые структурируются в определенном порядке, нумеруются и предлагаются учащимся в индивидуальных комплектах.

3. Рефлексия. Самооценка уровня продуктивности работы на уроке. Дифференцированное задание для работы дома, выбор которого зависит от результата работы с модулем.

Представим примерный перечень и содержание учебных элементов модуля.

УЭ 0: для учащегося определяется цель, которая будет достигнута в результате освоения модуля по теме урока.

УЭ 1: входная диагностика, проверяющая сформированность необходимых умений для освоения модуля; дается ключ для самопроверки или взаимопроверки, если предполагается парная или групповая работа.

УЭ 2 – УЭ 6: обучающие модули, включающие теоретические и практические задания.

УЭ 7: выходная диагностика, позволяющая оценить степень усвоения темы (ключ к заданию находится у учителя или предоставляется учащимся для самопроверки).

В электронных и печатных комплектах для учащихся обязательно размещается технологическая карта, которая включает: номер УЭ; время на реализацию каждого учебного блока; учебный материал; инструкции для выполнения каждого задания; ключи к заданиям (если предусмотрена самопроверка).

Представим фрагменты разработанных модулей по темам «Функции» и «Корни»[6], [7].

На рис. 1 показаны материалы и инструкции для проведения промежуточного контроля на уроке по теме «Функции».

УЭ-3	Самостоятельно выполните следующие задания: 1. Запишите 1 функциональную зависимость, с которой вы встречались в жизни. Опишите словесно. 2. Для приведенного вами примера напишите, какая величина является независимой, а какая зависимой. 3. Для приведенного вами примера, определите значение для каждой буквы, используя запись c=v(q). 4. Может ли запись k=z(q) обозначать функцию? Почему? 5. Дана функция *y=f(x)*, где *y* = *7x*. Найти значение для данной функции при *x=3 u x=(-3)*.	Если возникли сложности с выполнением, то повторите: - представление о функции - понятие функции - функция в алгебре
УЭ-4	Проверьте освоение теоретического материала: 1. Что является ключевым словом для понятия функция? 2. Запишите общую запись для функции и укажите зависимую величину и аргумент. Что означает буква *f* в записи *y=f(x)*.	Запишите ответы в тетрадь

Рис. 1. УЭ-3, УЭ-4 модуля «Функция»

Входной контроль по теме «Корни» представлен на рис.2

<table>
<tr><td rowspan="3">УЭ-1. Входной контроль
Цель: диагностика остаточных знаний обучающихся</td><td colspan="2">Задание №1.
Соотнесите между собой выражение и свойство корня, которое необходимо использовать при решении данного выражения.</td></tr>
<tr><td>$a)\ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
$b)\ \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
$c)\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
$d)\ \sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$</td><td>1) $\sqrt{10 \cdot 7^2} \cdot \sqrt{10 \cdot 2^6}$
2) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$
3) $\sqrt{(-5)^2}$
4) $\left(\sqrt{4 \cdot 9}\right)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задание №2.
Обсудите ответы с соседом по парте, проверьте ваши ответы в конце модуля.
Найдите значения выражений 1-4.</td></tr>
</table>

Рис. 2. УЭ-1 модуля «Корни»

Модульная технология обеспечивает достижение планируемых результатов обучения не только по математике, но и по другим дисциплинам, в том числе в условиях дистанционного формата реализации учебного процесса. В работах [8], [9] представлен опыт реализации модульной технологии в обучении географии и физике соответственно. Эффективность модульной технологии в реальном учебном процессе обучения подтверждена повышением показателей успеваемости и результатами единого государственного экзамена. Учащиеся отмечают, что использование модульной технологии вносит разнообразие в учебный процесс. При этом сокращается время на подготовку домашних заданий, появляется возможность самостоятельно продвигаться по модулю и решать задания более высокого уровня сложности.

1. Бутова О.В., Горлова С.Н., Худжина М.В. О требованиях к разработке фондов оценочных средств в условиях реализации ФГОС ВПО // Традиции и инновации в образовательном пространстве России, ХМАО – Югры, НВГУ: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 24 марта 2015 г.) / Отв. ред. М.В. Худжина. Нижневартовск, 2015. С. 12-15.

2. Худжина М.В., Горлова С.Н., Бутова О.В. Проблемы разработки фондов оценочных средств в условиях реализации ФГО ВПО // Традиции и инновации в образовательном пространстве России, ХМАО – Югры, НВГУ: Материалы III Всероссийской научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 26 марта 2014 г.) / Отв. ред. Ю.В. Безбородова. Нижневартовск, 2014. С. 421-425.

3. Лаврентьева Н.Б. Педагогические основы разработки модульной технологии обучения. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1998. 252 с.

4. Королева В. В. Модульное обучение как один из способов повышения качества подготовки специалиста / В. В. Королева. Текст: непосредственный // Молодой ученый. 2015. №3(83). С. 787-790. URL: https://moluch.ru/archive/83/15149/ (дата обращения: 16.11.2020).

5. Чошанов М. А. Гибкая технология проблемно-модульного обучения. М.: Народное образование, 1996. 160 с.

6. Гаврилова А.И., Худжина М.В. Развитие способности к самоорганизации у обучающихся в соответствии с ФГОС СПО в процессе модульного обучения математике // Культура, наука, образование: проблемы и перспективы: материалы VI международной научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 13–15 февраля 2017г.) / отв. ред. А.В. Коричко. Нижневартовск: Изд-во Нижневартовского университета, 2017. Ч. I. Общественные и гуманитарные науки. С. 487-489.

7. Худжина М.В., Криволапова Е.А. Организация обобщающего повторения с использованием модульной технологии в процессе подготовки учащихся 9 классов к ОГЭ по математике (на примере темы «Корни») //Моделирование и конструирование в образовательной среде: сборник материалов VI Всероссийской (с международным участием) научнопрактической, методологической конференции для научнопедагогического сообщества / под ред. И.А. Артемьева, В.О. Белевцовой, И.П. Родионовой, М.М. Сабитовой – М.: Издательство ГБПОУ «Московский государственный образовательный комплекс», 2021. 646 с.

8. Крылова Г.В. Реализация технологии модульного обучения в общеобразовательной школе // Вестн. Том. гос. ун-та. 2008. №308. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-tehnologii-modulnogo-obucheniya-v-obscheobrazovatelnoy-shkole-1 (дата обращения: 26.07.2021).

9. Худжина М.В., Федосеева Н.Т. Формирование ключевых компетенций старшеклассников при реализации модульной технологии обучения физике // Традиции и инновации в образовательном пространстве России, ХМАО-Югры и НВГУ: Материалы II Всероссийской научно-практической конференции (г.Нижневартовск, 26 марта 2013 г.) / Отв. ред. Г.Н. Артемьева. Нижневартовск: Изд-во НВГУ, 2013. С.275-279.

10. Худжина М.В., Криволапова Е.А. О роли модульной технологии в обучении математике // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Август 2021). Всероссийская (национальная) научно-практическая конференция "Научные исследования в современном мире. Теория и практика" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2021. С.22-24

Глава 8.
ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДИКИ УКРУПНЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

Сюсюка Е.Н.

В связи с изменением учебных планов и уменьшением количества часов на естественно-научные дисциплины огромное значение имеет структурированное построение учебной программы и учебного материала с целью увеличения скорости изучения без уменьшения основного содержания дисциплины. Как показывают исследования и практика многих педагогов, это возможно при укрупнении дидактических единиц (УДЕ).

Дидактическая единица – это элемент содержания учебного материала, изложенного в виде утвержденной в установленном порядке программы обучения в рамках определенной профессиональной дисциплины или общеобразовательного предмета. Дидактическая единица – одна из предметных тем, подлежащих обязательному освещению в процессе подготовки специалистов, бакалавров по данному предмету [1].

Технология укрупнение дидактических единиц (УДЕ) позволяет использовать обобщения при изучении нового материала и повторении изученного; осуществлять логические связи в учебном материале; формировать умение выделять главное в общем объеме изучаемого материала; повышать эффективность запоминания и практического применения информации. Особенностью методики обучения по системе УДЕ служит правило: не повторение, отложенное на следующие занятия, а преобразование выполненного задания, чтобы познавать объект в его развитии, представление исходной формы задания видоизмененной, осуществляемое немедленно на этом занятии. Необходимость совмещения элементов укрупненного знания во времени и пространстве обусловлена особенностями памяти человека [2]. Концепция преподавания учебной дисциплины «Физика» предполагает, что что освоение системы физических знаний и способов деятельности носит последовательный и непрерывный характер. Среди результатов освоения дисциплины должно быть формирование представлений о системообразующей роли физики для развития других естественных наук, техники и технологий; ***приобретение опыта применения научных методов познания, наблюдения физических явлений, проведения опытов, простых экспериментальных исследований, прямых и косвенных измерений с использованием аналоговых и цифровых измерительных приборов; понимание неизбежности погрешностей любых измерений*** [3]. Важнейшую роль в достижении этих результатов играет физический практикум. Его правильная организация способствует формированию исследовательской деятельности. Применение методики укрупнения дидактических единиц при подготовке, проведении и защите лабораторных работ дает возможность сэкономить время и максимально отработать теоретический материал, уделить внимание планированию эксперимента, расчету погрешностей и анализу применения физических явлений и процессов в быту, технике и технологиях.

Первая часть лабораторного практикума по темам: «Механика. Молекулярная физика. Термодинамика.» проводится в одноименной лаборатории Государственного Морского университета им. Адмирала Ф.Ф. Ушакова и начинается с вводного занятия: «Изучение методов расчета погрешностей при физических измерениях». Данная работа очень важна, так как формирует ***понимание неизбежности погрешностей любых измерений, их классификации, методике обработки результатов и границах применимости различных методов исследования.*** Далее, в таблице 1 приводятся цели и дидактические единицы всех выполняемых в 1 семестре лабораторных работ [5,6].

Таблица 1.

Анализ дидактических единиц по теме:
«*Механика. Молекулярная физика. Термодинамика.*»

Название лабораторной работы	Цель работы	Рассматриваемые дидактические единицы
1	2	3
1. Изучение законов динамики поступательного и вращательного движения тел.	Сравнение кинематики и динамики материальной точки	Поступательное движение; вращательное движение; перемещение, скорость, ускорение, формулы зависимости координаты от времени; угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение, формула зависимости угла от времени; масса, момент инерции; импульс, момент импульса; сила, момент силы; Кинетическая энергия поступательного движения, кинетическая энергия вращательного движения, потенциальная энергия взаимодействия с Землей, закон сохранения энергии
2.Определение скорости полета пули методом баллистического маятника	изучить методы экспериментального определения моментов инерции твердых тел	Те же и моменты инерции однородных тел вращения

1	2	3
3.Определение моментов инерции тел динамическим методом	ознакомиться с прямым и косвенным методом определения скорости полета пули; изучить метод крутильного баллистического маятника	Те же и: упругий удар, неупругий удар, потенциальная энергия упруго-деформированного тела, момент силы, плечо
4.Определение ускорения свободного падения методом математического маятника	изучить методы определения ускорения свободного падения с помощью математического и оборотного маятников.	осцилляторы – математический маятник (ММ), физический маятник (ФМ); дифференциальное уравнение, описывающее колебания; амплитуда, период и частота колебаний, приведенная длина ФМ
5.Изучение механических вынужденных колебаний	изучить явление резонанса на примере механических вынужденных колебаний пружинного маятника	Свободные затухающие и вынужденные колебания, коэффициент затухания, время релаксации, декремент затухания, добротность, вынуждающая сила, резонанс, уравнения движения для свободных, вынужденных колебаний, условие резонанса, резонансные кривые.
6.Определение скорости звука в воздухе методом сложения взаимно-перпендикулярных колебаний	изучить метод экспериментального определения скорости звука в воздухе методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний	Сложение колебаний (одинаково направленных и перпендикулярных); условие минимума и максимума сложения (интерференции), уравнение траектории результирующего движения точки, фигуры Лиссажу, упругие волны, звук, продольные и поперечные волны, волновой фронт, волновая поверхность, длина волны, инфразвук, ультразвук.

1	2	3
7.Определение коэффициента внутреннего трения по методу Стокса для судового гидравлического масла	изучить метод Стокса – метод экспериментального определения коэффициента внутреннего трения вязкой среды, определить вязкость гидравлического судового масла	Трубка тока, градиент скорости, вязкость, динамическая вязкость, кинематическая вязкость, число Рейнольдса, ламинарное течение, турбулентное течение, сила Архимеда, уравнение движения шарика в жидкости
8.Определение универсальной газовой постоянной методом откачки	изучить экспериментальный метод определения универсальной газовой постоянной и сравнить найденное опытным путем значение с табличным	Идеальный газ, газ, основное уравнение молекулярно-кинетической теории; термодинамические параметры: давление, объем, температура; термодинамический смысл температуры, уравнение Менделеева-Клапейрона, уравнение состояний, изопроцессы, количество вещества, универсальная газовая постоянная
9.Определение отношения удельных теплоемкостей воздуха C_p/C_v методом адиабатического расширения	изучить метод экспериментального определения отношения теплоемкостей $\frac{C_p}{C_v}$ и сравнить найденные опытным путем значения с рассчитанными теоретически на основании кинетической теории газов	Удельная теплоемкость, молярная теплоемкость, C_p теплоемкость при постоянном давлении, C_v теплоемкость при постоянном объеме, их вывод из первого закона термодинамики; уравнение Майера, постоянная адиабаты, уравнение Пуассона, экспериментальное нахождение постоянной адиабаты.

Теоретические основы эксперимента изложены в работах [4,5,6] и других учебниках по физике для высшей школы. При подготовке к выполнению и защите лабораторных работ легко осуществляется укрупнение дидактических единиц, так как многие понятия, законы, явления касаются эксперимента сразу в ряде работ. Рациональное распределение времени на занятиях позволяет находить возможность для формирования исследовательских навыков студентов, аналитического сравнения результатов эксперимента и теоретических значения отдельных физических величин, выводов о границах применения эксперимента, поиска информации о применении исследуемых явлений.

Результатом применения технологии укрупнения дидактических единиц в проведении физического практикума является повышение мотивации к изучению дисциплины «физика», формирование элементов исследовательской деятельности и предметных компетенций, проекция знаний о физических явлениях на другие дисциплины учебного плана, которые формируют профессиональные компетенции. Это приводит улучшению успеваемости в группах, психологической устойчивости студентов, большей их заинтересованности в научно-исследовательской деятельности.

1. Рахимова, Н. Х. Понятие дидактической единицы и методология выбора дидактических единиц по русскому языку в колледжах / Н. Х. Рахимова. – Текст: непосредственный // Молодой ученый. – 2016. – № 6 (110). – С. 805-807. – URL: https://moluch.ru/archive/110/27204/ (дата обращения: 19.10.2022).
2. Эрдниев, П. М. Укрупнение дидактических единиц как технология обучения: В двух частях / П. М. Эрдниев. – Москва: Акционерное общество «Издательство «Просвещение», 1992. – 175 с. – EDN YKBUYF.
3. Бояркина, Ю. А. Методические рекомендации "О преподавании учебного предмета "Физика" в 2021-2022 учебном году" / Ю. А. Бояркина // Региональное образование XXI века: проблемы и перспективы. – 2021. – № 1(29). – С. 7-14. – EDN MZSRKV.
4. Трофимова, Т. И. Физика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования, обучающихся по техническим направлениям подготовки / Т. И. Трофимова; Т. И. Трофимова. – Москва: Академия, 2012. – (Высшее профессиональное образование. Бакалавриат). – ISBN 978-5-7695-7967-7. – EDN QJZBVR.
5. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. – Москва: Высшая школа, 1970, 443 с.
6. Бачище А.В., Баляева С.А., Углова А.Н., Тимохин В.М., МИщик С.А. – Лабораторный практикум по физике: Механика. Молекулярная физика. Термодинамика. – Новороссийск: НГМА, 2002.
7. Сюсюка Е.Н. Формирование элементов исследовательской деятельности с применением методики укрупнения дидактических единиц при проведении физического практикума // Интеграция науки, производства, промышленности и инноваций: сборник статей международной научной конференции (Архангельск, Октябрь 2022) – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2022. С.19-22

Глава 9.
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ КАК ФОРМА ПРАКТИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

Голицына Е.В., Сарычева И.А.

Лабораторная работа является одним из основных видов учебных занятий в вузе. Лабораторные работы имеют целью практическое освоение обучающимися научно-теоретических положений изучаемой дисциплины, овладение ими техникой экспериментальных исследований и анализа полученных результатов, привитие навыков работы с вычислительной техникой.

Лабораторная работа по математике – это учебное занятие, на котором реализуются численные методы решения типовых задач в математической постановке вопроса, но с учетом возможности дальнейшей востребованности в профессиональной деятельности. Элементы исследовательской деятельности в лабораторных работах по математике реализуются с помощью сравнения результатов компьютерных и аналитических методов решения поставленной задачи; сравнения результатов, полученных при реализации различных численных алгоритмов решения задачи; визуализации явлений и понятий при помощи ресурсов компьютерных пакетов; анализа хода решения задачи, выявления возможных причин накопления погрешности численного решения; построения и сравнения различных математических моделей рассматриваемого явления; проверки выдвинутых гипотез и ряда других приемов [1].

Лабораторные работы по математической статистике проводятся с целью формирования навыков обработки и анализа результатов статистических наблюдений. Для сокращения времени выполнения работ применяют программные средства, например, Excel [2].

Структура лабораторной работы может состоять из следующих этапов:

1. Предварительная подготовка.
2. Инструктаж.
3. Контроль усвоения знаний.
4. Самостоятельная работа студентов.
5. Проверка качества выполнения работы.
6. Подведение итогов занятия.

Предварительная подготовка студентов к выполнению лабораторной работы заключается в изучении необходимых разделов теоретического курса, подробном изучении содержания работы. Задача преподавателя – заранее рекомендовать соответствующую учебную и учебно-методическую литературу.

Контроль усвоения знаний, необходимых для выполнения работы, проводится с целью установления текущего уровня сформированности знаний студентов, готовности студентов к выполнению лабораторной работы. Также при этом происходит актуализация необходимых знаний. Контроль усвоения знаний можно провести в виде кратковременного письменного тестирования или компьютерного тестирования.

Основной этап занятия – самостоятельная работа студентов – включает в себя решение поставленных задач, работу с вычислительной техникой, анализ полученных результатов, оформление отчёта. При возникновении у отдельных студентов вопросов по условию задания или затруднений при работе с программным обеспечением преподаватели дают индивидуальные консультации.

По окончании выполнения лабораторной работы обучающиеся представляют отчет и защищают его. Отчет по лабораторной работе должен содержать тему, цели работы, задание, основные этапы решения, ответ, выводы. Преподаватель проверяет отчет, указывает студентам на их ошибки, оценивает работу.

В конце занятия преподаватель дает оценку работы всей группы, анализирует недостатки и пробелы в знаниях и умениях, акцентирует внимание на приобретенных студентами в процессе выполнения данной лабораторной работы умениях и навыках.

абораторные работы по математической статистике позволяют связать теоретические знания с приобретением практических умений и навыков, формировать исследовательскую компетентность студентов, используя возможности современных компьютерных сред для снижения трудоемкости вычислений.

---

1. Артищева Е. К., Синицына Т.В. Лабораторный практикум по математике как средство формирования исследовательской компетентности студента технического вуза // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2016. Сер.: Филология, педагогика, психология. № 1. С. 65–71.

2. Ветров Л.Г., Сунчалина А.Л. Лабораторные работы в курсе математической статистики // Инженерный журнал: наука и инновации, 2013, вып. 5. URL: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/737.html.

3. Голицына Е.В., Сарычева И.А. Лабораторные работы по математической статистике в вузе // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Май 2021). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2021. С.57-59

Глава 10.
ПЕРСПЕКТИВНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ И ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН СТУДЕНТАМИ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Думицкая Н.Г.

Учебный процесс, на наш взгляд, сегодня требует постоянной разработки и применения на практике новых более совершенных методов обучения, в том числе и по графическим дисциплинам. Наши выпускники будущие инженеры-специалисты, которых выпускает университет, должны быть востребованы на современном рынке труда.

Особенность графических дисциплин состоит в том, что они стоят в первых рядах по усвоению и применению знаний и практических навыков, в подготовки инженеров различных профилей. Данное высказывание указывает на то, что без основ графических дисциплин и их знаний невозможно инженерное творчество.

Данные дисциплины учат проекционному воображению; использованию навыков логического мышления; помогают раскрыть творческий потенциал студентов и владеть знаниями в области построения чертежей различной классификации. Чертеж-связь научного и практического использования основ проектирования механизмов в технической промышленности, что, несомненно, необходимо при изучении общетехнических дисциплин и особенно в практической деятельности инженера [1].

Многие исследования преподавателей вузов, в последние годы, указывают на тенденцию к снижению конкурса абитуриентов в технические вузы, а также увеличение отсева студентов из них. Начертательная геометрия и инженерная графика-достаточно важные и интересные дисциплины.

При поступлении абитуриентов в технические вузы вступительные экзамены по графическим дисциплинам не предусмотрены, следовательно, графическая подготовка студентов неодинакова.

Часто, знания и навыки выпускников средних школ по графическим дисциплинам поверхностны в результате недостатков процесса обучения:

- сокращение учебных часов; переход многих средних школ на обучение в виде факультативных занятий (с определенной группой обучающихся);

- научный и профессиональный потенциал преподавателей должен постоянно совершенствоваться;

- несовершенное обеспечение методическими и техническими разработками классов по графическим дисциплинам; многие школы вовсе отказались от преподавания черчения, так как предполагают, что графические дисциплины (черчение) не дает при обучении перспектив на использование их в современных школах.

Следовательно, для того чтобы учебный процесс проходил именно так, как он запланирован учебными программами с использованием системы государственных образовательных стандартов (ГОС), в первую очередь преподаватели должны уделить особое внимание мотивации студентов.

Несомненно, основным и решающим фактором, позволяющим ее решить, является наличие самостоятельной работы студентов. Если студент решает и стоит перед выбором и необходимостью что-либо делать: изучать теоретический материал; писать текстовые работы-рефераты; участвовать в научно-исследовательской работе; олимпиадах; заниматься техническим творчеством и т. п., то это и является прекрасным стимулом к работе [2].

В своей работе мы постоянно обращаем внимание на вопросы, связанные со стимулированием учебной деятельности. Неоднократно пытались выяснить, а что это значит?

Исследования, проводимые преподавателями кафедры механики УГТУ, определили основной путь решения поставленных вопросов, связанных с тем, как заинтересовать студентов при изучении материала учебных программ по графическим дисциплинам.

В первую очередь необходимо ставить перед студентами посильные и значимые для них задачи, соединяя тематику лекций с вопросами специальностей, на которых обучаются студенты в технических вузах. Это в курсе инженерная графика вполне выполнимо. В данном случае у студентов, несомненно, будет развиваться ощущение роста повышения квалификации и, следовательно, приобретаться устойчивый интерес к изучаемым дисциплинам.

Исследуя вопросы по организации самостоятельной работы студентов, преподаватели, определили некоторые особенности применения и обобщения приемов решения графических задач, которые необходимы для закрепления и углубления теоретических сведений, полученных ранее: при изучении курса черчения на факультативных занятиях в школах; колледжах; подготовительных курсах различных форм обучения (очное, заочное, дистанционное обучение и др.) [3].

Далее, обращаем внимание на некоторые составляющие методики преподавания, а именно: педагогические приемы и методы обучения (проблемные ситуации; вопросно-развивающие беседы; работа со справочной литературой; участие в Интернет-тестировании; оказание помощи преподавателям в оформлении учебно-методических разработках и т. д.). Затем мы собираем и интегрируем полученную информацию в определенную систему.

Особенность данной системы, на наш взгляд, должна состоять в способе объединения отдельных элементов, в их взаимной составляющей и в правильности и перспективности выбранного пути по их взаимодействию.

Наш педагогический и методический опыт показывает, что применение такой системы отдельных перспективных составляющих в обучении студентов является значимой в том случае, когда ставятся конкретные цели и задачи для их применения и реализации.

Для наиболее эффективной работы со студентами, на современном этапе обучения, от преподавателей требуется немало творческой энергии и сил для разработки перспективных основ системы самостоятельной работы студентов по графическим дисциплинам [3].

На кафедре «Механика» создан комплекс УМКД; ведется методическая работа по проведению занятий со студентами (по дистанционной форме обучения различных специальностей); оказывается учебно-методическая помощь для работы филиалов; разрабатываются учебные пособия и т. д.

Процесс проведения разнообразных видов контроля знаний определяется разными задачами; уровнем мыслительных операций, которые зависят от вида заданий, применяемых в том или ином случае.

В методической практике контроля под заданием понимают комплекс учебно-дидактических материалов с использованием вопросов; графических задач; практических работ. На старших курсах это могут быть научно-исследовательские, курсовые, проектные или дипломные работы и т. д.

В этом случае, наиболее ярко выраженной мыслью обучаемого является этап, связанный с составлением индивидуального плана выполнения задания. На первом этапе при решении задания студент изыскивает известные способы выполнения подобных заданий; разрабатывает алгоритм его построения, а затем-воспроизводит на бумаге или же на экране компьютера. В данном случае это и есть графический или письменный ответ.

Такой вид контроля знаний широко применяется на современном этапе обучения графическим дисциплинам на промежуточных или итоговых видах проверки заданий. Однако, на практике мы часто наблюдаем то, что студенты не всегда могут проводить самоконтроль из-за неподготовленности к выполнению отдельных моментов операций, которые используются при выполнении практических работ.

Следовательно, можно сделать вывод: для того, чтобы студент имел знания по графическим дисциплинам и был подготовлен к практической деятельности будущего инженера, умеющего правильно выполнять и прочитать чертеж или схему, вырабатывается определенная система задач, которая помогает усвоению курса черчения; начертательной геометрии; инженерной графики.

Данные предположения помогают студентам изучать: универсальные построения геометрических моделей; применять их во всех областях науки и техники; уметь использовать на практике многоплановость и широкие прикладные возможности (связанные с восприятием пространственного воображения, представления), необходимых для производственной и проектноконструкторской деятельности; развивать инженерное творчество с помощью решения нестандартных задач; применять их рациональные решения на практике.

В заключении, мы можем сказать, что образовательный процесс, на современном этапе обучения по графическим дисциплинам, дает возможность каждому студенту на любом образовательном уровне освоить современную методологию творчества; учит целесообразно и целенаправленно использовать законы технических систем; развивает творческое инженерное мышление, т. е. создает все условия для успешной профессиональной деятельности.

1. Щербакова, Е. В. Особенности организации самостоятельной работы студентов по педагогическим дисциплинам [Текст] /Е. В. Щербакова// Актуальные вопросы современной психологии: материалы международной научной конференции (г. Челябинск, март 2011 г.). – Челябинск: Два комсомольца, 2011. – С. 139-141.
2. Шацкая, М. В. Исследовательская деятельность студентов как фактор повышения качества подготовки специалистов //Молодой ученый. – 2010. – №12. Т. 2. – С.140 – 142. – URL https: //moluch.ru (archive/23/2483/ (дата обращения: 04.03.2019).
3. Материалы интернет-конференции: Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе в условиях ФГОС ВПО. Материалы II Международной научно-практической интернет-конференции (Пермь, февраль-март 2011 г.) /Под ред. В. А. Лалетина [Электронный ресурс]. В – ok. orq › book /3142594/фи69с1.
4. Думицкая Н.Г. Перспективная составляющая и особенности изучения графических дисциплин студентами технического вуза // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Ноябрь 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.18-21

Глава 11.
ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ИТОГОВЫХ ОЦЕНОК СТУДЕНТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ОТ АУДИТОРНЫХ И ВНЕАУДИТОРНЫХ ВИДОВ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Полещук О.М.

В статье на примере преподавания математики у студентов первого курса Мытищинского филиала МГТУ им. Н. Э. Баумана исследуется влияние на итоговую оценку по математике аудиторного и внеаудиторного видов контроля знаний. В качестве аудиторного контроля знаний рассматривается выполнение контрольной работы по теме «Пределы и дифференциальное исчисление». В качестве внеаудиторного контроля знаний рассматривается самостоятельное выполнение расчетно-графической работы по этой же теме. Формализация исходных данных проводится на основе лингвистических переменных, значениями которых являются нечеткие переменные. Выбор формализации объясняется тем, что оценки знаний студентов, во-первых, объективно не являются значениями случайных величин, а во-вторых, все арифметические операции с ними некорректны по причине их неопределенности для порядковых шкал.

Лингвистической переменной называется пятерка $\{Z, T(Z), U, V, S\}$, где Z - название переменной; $T(Z) = \{Z_j, j = \overline{1,m}\}$ - терм-множество переменной Z, то есть множество термов или названий лингвистических значений переменной Z (каждое из этих значений – нечеткая переменная со значениями из универсального множества U); V - синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной Z; S – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной с названием из $T(Z)$ нечеткое подмножество универсального множества U [1].

Итоговые оценки знаний по математике измеряются в вербальной (лингвистической) шкале «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично», которые в [2] формализуются на основе лингвистической переменной. Аналогично формализуются оценки за контрольную работу и расчетно-графическую работу.

Для исследования в статье выбран аппарат нечеткого регрессионного анализа. Арифметические операции с качественными (нечисловыми) характеристиками достаточно проблематичны, поскольку они измеряются, как правило, в порядковых шкалах, в которых все арифметические операции некорректны. Поэтому классический регрессионный анализ здесь применять некорректно. Построенная нечеткая регрессионная модель корректно работает в рамках полученной информации, поскольку она оперирует не со значениями характеристик, а с их функциями принадлежности, определенными на едином универсальном пространстве.

В общем случае нечеткое число $\tilde{A}$, формализующее значение качественной характеристики, определяется четырьмя параметрами $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_L, a_R)$.

В качестве входных переменных X_1, X_2 рассматриваются соответственно оценки за контрольную и расчетно-графическую работы по математике. В качестве выходной переменной Y рассматриваются итоговые оценки по математике. Нечеткая регрессионная модель строится в следующем виде:

$$\tilde{Y} = \tilde{a}_1 \tilde{X}_1 + \tilde{a}_2 \tilde{X}_2 + \tilde{a}_0$$

Предполагается, что неизвестные коэффициенты регрессионной модели являются треугольными нечеткими числами, которые определяются тремя параметрами.

В [3] введено понятие взвешенной точки a для нечеткого числа $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_L, a_R)$:

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_R - a_L}{12}.$$

Если рассматриваются два нечетких числа $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_L, a_R)$ и $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_L, b_R)$ с взвешенными точками соответственно a, b, то расстояние между ними определяется следующим образом:

$$\rho\left(\tilde{A}, \tilde{B}\right) = |a - b|$$

Для исходных выходных и модельных данных были определены взвешенные точки. Неизвестные параметры коэффициентов регрессионной модели были определены на основе минимума суммы квадратов расстояний между исходными выходными и модельными данными [4].

В результате была получена регрессионная модель:

$$\tilde{Y} = (1.21, 0.02, 0.01)\tilde{X}_1 + (0.05, 0.004, 0)\tilde{X}_2 + (-0.11, 0.06, 0.05)$$

Нечеткие коэффициенты модели были трансформированы в обычные числа по методу центра тяжести. Если нечеткое число $\tilde{a}$ имеет функцию принадлежности $\nu(x)$, то четкое значение нечеткого числа $\tilde{a}$, согласно этому методу, определяется по формуле:

$$a = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x\nu(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \nu(x)dx}.$$

Все коэффициенты регрессионной модели являются нечеткими. Для сравнительного анализа нечеткие коэффициенты при входных переменных дефаззифицированы по методу центра тяжести. Первый коэффициент, равный 1.196, соответствует аудиторному контролю знаний студентов, а второй коэффициент, равный 0.049 соответствует внеаудиторному контролю знаний студентов, что говорит о существенном влиянии аудиторного контроля знаний студентов на итоговую оценку по математике. Полученный результат подтверждает существенную объективность аудиторного контроля знаний, поскольку, находясь, под контролем преподавателя, студенты не пользуются дополнительными источниками, не списывают решения друг у друга, не находят похожие или в точности такие же задачи в интернете, после чего бездумно копируют их.

1. Заде Л.А. Основа нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня / Под ред. Моисеева Н. Н. – М.: Знание, 1974. С. 5 -48.

2. Poleshchuk O.M. Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes // International Russian Automation Conference, RusAutoCon – 2018. – P. 1-6.

3. Poleshchuk O.M. Object monitoring under Z-information based on rating points // Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2021. – V. 1197. – P. 1191-1198. doi:10.1007/978-3-030-51156-2_139.

4. Coleman T F, Li Y 1996 A reflective newton method for minimizing a quadratic function subject to bounds on some of the variables// SIAM J. Optim.- 1996.- Vol. 6. – P. 1040-1058.

5. Полещук О.М. Исследование зависимости итоговых оценок студентов по математике от аудиторных и внеаудиторных видов контроля знаний // Проблемы управления качеством образования: сборник статей международной научной конференции (Санкт-Петербург, Январь 2023) – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2023. С.21-23

Глава 12.
МАТЕМАТИКИ В ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В МИИТЕ

Булатникова М.Е., Корниенко Н.А.

В 2019 году исполнилось 210 лет организации транспортного ведомства и транспортного образования в России. К концу XIX единственный российский институт инженеров путей сообщения в Санкт-Петербурге не мог удовлетворить всё возраставших потребностей империи в инженерных кадрах. Протяжённость железных дорог к 1896 году составила 36000 километров. Динамично развивавшийся железнодорожный транспорт, строительство Транссибирской магистрали определили актуальность создания ещё одного высшего учебного заведения Министерства путей сообщения. В связи с острой потребностью в высококвалифицированных технических специалистах 14 (26) сентября 1896 года в Москве состоялось торжественное открытие Императорского Инженерного Училища ведомства путей сообщения (ИМИУ), сейчас Российский университет транспорта (МИИТ). Назначенный в 1892 году на пост министра Почётный член Академии наук и научных обществ Николай Павлович Петров, выступая на открытии, привлёк внимание преподавателей к вопросу о необходимости изучения студентами точных наук в большем объёме, чем это было принято в действовавших в тот период высших технических учебных заведениях. В соответствии с принятой образовательной моделью в ИМИУ были созданы естественнонаучные, инженерные и гуманитарная кафедры. Для организации образовательного процесса на общетеоретические кафедры («Высшей математики», «Физики», «Химии») пригласили педагогов Московского университета. Высокий научный статус преподавателей подтверждался их многочисленными публикациями. Так по данным за 1910 год из 212 изданных работ, 40 наименований по математике, физике, химии [1].

Естественнонаучной и общепрофессиональной подготовке в ИМИУ уделялось повышенное внимание. Несмотря на то, что курс математики в учебных часах был на 1/3 меньше, чем в Петербургском институте путей сообщения, преподаватели достигли существенных результатов. В системе преподавания были соединены теория, опыт и практика. На трёхчасовой лекции последовательно, в течение часа, излагалась теория. Затем, в течение двух часов студенты решали задачи, пользуясь лекциями и иным справочным материалом. Технические и точные знания реализовывались педагогическими кадрами применительно к железнодорожной отрасли. Для того времени это было инновационным решением в системе подготовки обучающихся.

Математику будущим инженерам путей сообщений преподавал зачисленный в штат профессорско-преподавательского состава открывшегося Инженерного училища экстраординарный профессор Болеслав Корнелиевич Млодзеевский, возглавивший кафедру математики. Он составил первые учебные планы по дисциплине «Математика», первые программы математических курсов, предназначенные инженерам-путейцам. Учёному удалось отойти от чисто теоретических вопросов вникнуть в прикладные инженерные проблемы. Поэтому им уделялось большое внимание дисциплинам тесно связанным с геометрией. По учебникам аналитической геометрии, созданным профессором на основе читаемых им лекций («Аналитическая геометрия: лекции» 1895 года, «Аналитическая геометрия трёх измерений: лекции» 1898 года), позднее учились как будущие инженеры, так и математики-теоретики. Его лекции по высшей алгебре и аналитической геометрии пользовались большим успехом и часто сопровождались аплодисментами слушателей [2]. Предмет изучался на I и II годах обучения параллельно с освоением дифференциального и интегрального исчисления профессора Поссе и курса высшей математики профессора Б. К. Млодзеевского.

В 1900-х годах Б.К. Млодзеевский первым подготовил и прочитал курс лекций по теории функций действительного переменного и теории множеств. Позднее эти направления математики стали ведущими в мировой математической науке. А в те годы чтение специальных курсов было новым видом преподавательской деятельности.

Болеслав Корнелиевич организовал научный семинар по математике, в котором принимали участие, как учащиеся, так и преподаватели. Такой семинар был новой формой организации учебного процесса и самостоятельной работы студентов. Со временем такая форма научной работы стала широко распространённой и действует по сей день.

С тех пор прошло много лет, но математики, работавшие в МИИТе в разные годы, обеспечивали образовательный процесс учебными теоретическими и практическими изданиями, соответствовавшими меняющимся тенденциям технического прогресса.

Выдающийся учёный в области прикладной теории вероятностей и исследования операций Елена Сергеевна Вентцель является автором наиболее востребованных и популярных учебников не только в нашей стране, но и за рубежом. «Исследование операций», «Исследование операций: задачи принципы, методология», «Введение в исследование операций», «Элементы динамического программирования», «Теория вероятностей» и написанные в соавторстве с Л.А. Овчаровым «Теория вероятностей и её инженерные приложения», «Задачи и упражнения по теории вероятностей» издаются огромными тиражами, обеспечивая современный учебный процесс.

Профессор А.А. Юшкевич – специалист в области управляемых марковских процессов совместно с Е.Б. Дынкиным опубликовал «Теоремы и задачи о процессах Маркова».

Перу Василия Павловича Минорского принадлежит, выдержавшее множество переизданий, учебное пособие для втузов «Сборник задач по высшей математике», в котором подобраны и методически распределены задачи по аналитической геометрии и математическому анализу.

Замечательный алгебраист Леонид Ефимович Садовский – прекрасный организатор и энтузиаст в деле математического образования инженеров. Созданные с М.Н. Аршиновым «Коды и математика» и с А.Л. Садовским «Математика и спорт» – издания, соответствующие запросам времени.

Известный в математических кругах различных стран мира профессор Фридрих Израилевич Карпелевич выпустил, написанное вместе с Л.Е.

Садовским, пособие «Элементы линейной алгебры и линейного программирования». Оно получило широкую известность и пользуется спросом в современном образовательном процессе.

Сохраняя устои классической математической системы подготовки, И.Г. Араманович опубликовал вместе с А.Ф. Бермант «Краткий курс математического анализа» и с Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц «Сборник задач по теории функции комплексного переменного», являющимися актуальными при обучении современных студентов.

В МИИТе работал профессор Анатолий Дмитриевич Мышкис – известный специалист в области дифференциальных уравнений и их приложений. Труды, написанные им самим, «Лекции по высшей математике», «Прикладная математика для инженеров: специальные курсы», «Элементы теории математических моделей», «Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом» и совместно с Я.Б. Зельдович «Элементы прикладной математики» и с И.И. Блехман, Я.Г. Пановко «Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов» широко использовались при подготовке выпускников, которым присваивалась квалификация «инженер-математик». Сегодня этими работами пользуются при подготовке бакалавров специальности «Прикладная математика» в МИИТе, для которых предусмотрено глубокое изучение математики в течение всех четырёх лет обучения в университете.

Сохраняя отечественные традиции глубокого математического образования, и, сочетая их с потребностями нынешнего дня, Ю.В. Кузьмин издал монографию «Гомологическая теория групп», в которой сложный материал изложен наиболее просто.

Так с момента создания математической кафедры по сей день преподавателями уделяется повышенное внимание учебно-методическому обеспечению подготовки высококвалифицированных математически грамотных специалистов в области железнодорожного транспорта.

1. МИИТ: 110 лет на службе Отечеству/ под ред. Б.А. Лёвина. – М.: МИИТ, 2006. – 328 с.

2. Булатникова М.Е., Корниенко Н.А. Участие математиков в художественно-эстетическом воспитании студентов МИИТа// Проблемы управления качеством образования: сборник избранных статей Международной научно-методической конференции (Санкт-Петербург, ноябрь 2019). – СПб.: ГНИИ «Нацразвитие», 2019. – 104 с.

3. Булатникова М.Е., Корниенко Н.А. Математики в организации учебно-методического обеспечения образовательного процесса в МИИТе // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Январь 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.41-44.

РАЗДЕЛ 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ НЕСТАНДАРТНЫХ И СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ

Глава 13.
МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Кузнецова О.А., Крылова С.А., Палфёрова С.Ш., Павлова Е.С.

Покажем на примере затруднения, с которыми сталкиваются обучающиеся при решении задач на вычисление кратного интеграла.

Пример. Вычислить $\iiint\limits_V z^2 \cos xz dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $y=0,\ y=1,\ x=z,\ z=\frac{\pi}{4}$ [1, с. 456].

В данной задаче все заданные поверхности – плоскости, заданные неполными уравнениями. Обучающиеся часто допускают ошибку, распознавая данные уравнения, как уравнения линий (прямых) в соответствующих координатных плоскостях, упуская из виду, что область интегрирования – пространственная фигура и она не может быть ограничена прямыми. То есть от обучающихся важно добиться понимания того, что неполные уравнения в пространстве описывают некую поверхность, которая проецируется на плоскость в виде линии. И в данной задаче заданные уравнения в пространстве описывают плоскости.

Построим область интегрирования для данной задачи (рис. 1).

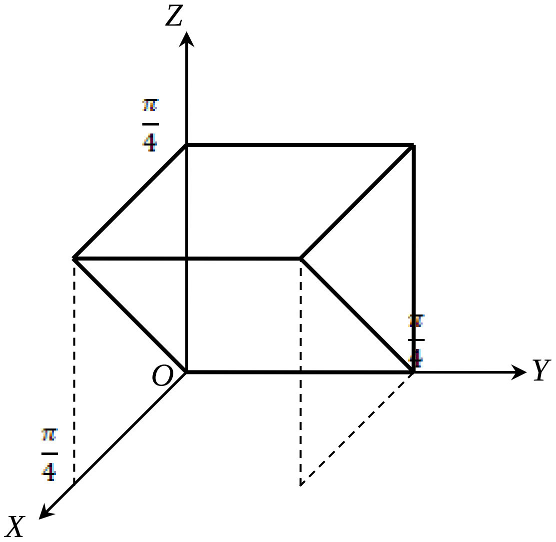

Рис. 1. Область интегрирования V

Проекциями данной области на координатные плоскости являются разные фигуры: на плоскости Oxy и Oyzобласть интегрирования проецируется в прямоугольники, на плоскость Oxz – в треугольник.

На рис. 1 области интегрирования являются тривиальными. Покажем, что в зависимости от выбора проекции, а значит порядка интегрирования трёхкратного интеграла, получаются интегралы разной степени сложности вычисления.

Для первой области (рис. 2) получим следующий трёхкратный интеграл.

$$\iiint_V z^2 \cos xz dx dy dz = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \int_0^1 dy \int_x^{\frac{\pi}{4}} z^2 \cos xz dz$$

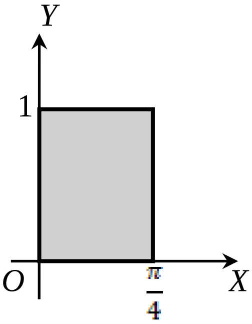

Рис. 2 – ПроекцияV на OXY

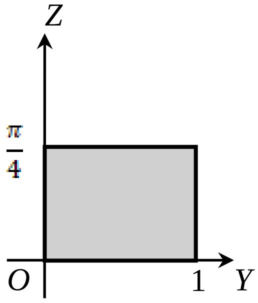

Рис. 3 – Проекция V на OYZ

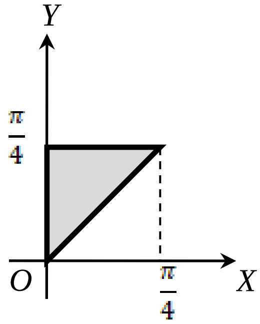

Рис. 4 – ПроекцияV наOXZ

Вычисляя последний интеграл дважды по частям, получим

$$\int_x^{\frac{\pi}{4}} z^2 \cos xz dz = \left| \begin{matrix} u = z^2 & du = 2zdz \\ dv = \cos xz dz & v = \frac{1}{x}\cos xz \end{matrix} \right| = \frac{z^2}{x}\sin xz \Big|_x^{\frac{\pi}{4}} - \int_x^{\frac{\pi}{4}} \frac{2z}{x}\sin xz dz =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = z & du = dz \\ dv = \frac{1}{x}\sin xz dz & v = -\frac{1}{x^2}\cos xz \end{matrix} \right| = \frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{1}{x}\sin\frac{\pi x}{4} - x\sin x^2 -$$

$$= -2\cdot\left[-\frac{z}{x^2\cos xz}\Big|_x^{\frac{\pi}{4}} - \int_x^{\frac{\pi}{4}}\left(-\frac{1}{x^2 \cos xzdz} \right) \right] = \frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{1}{x}\sin\frac{\pi x}{4} - x\sin x^2 + \frac{\pi}{2x^2}\cos\frac{\pi x}{4} - \frac{2}{x}\cos x^2 +$$

$$+\frac{1}{x^3}\sin xz\Big|_x^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{1}{x}\sin\frac{\pi x}{4} - x\sin x^2 + \frac{\pi}{2x^2}\cos\frac{\pi x}{4} - \frac{2}{x}\cos x^2 + \frac{1}{x^3}\sin\frac{\pi x}{4} - \frac{1}{x^3}\sin x^2.$$

Из полученного выражения видно, что вычисление интеграла по переменной x является очень затруднительным, есть функции ($\frac{1}{x}\sin\frac{\pi x}{4}$, $\frac{1}{x^2}\cos\frac{\pi x}{4}$, $\frac{1}{x}\cos x^2$), первообразные от которых в конечном виде не существуют. Необходимы приближённые (численные) методы решения.

Для второй области (рис. 3) получим трёхкратный интеграл:

$$\iiint_V z^2 \cos xz dx dy dz = \int_0^1 dy \int_0^{\frac{\pi}{4}} dz \int_0^z z^2 \cos xz dx.$$

Вычисляя трёхкратный интеграл, получим $1\cdot\int_0^{\frac{\pi}{4}} dz\cdot z^2\cdot\left(\frac{1}{z}\sin xz\right)\Big|_0^z=\int_0^{\frac{\pi}{4}} z\sin z^2 dz$, который легко вычисляется методом подведения под знак дифференциала, то есть $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\sin z^2 d\left(z^2\right)=-\frac{1}{2}\cos z^2\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi^2}{16}+\frac{1}{2}$.

Для третьей области (рис.4) трёхкратный интеграл запишется в виде:

$$\iiint_V z^2\cos xzdxdydz=\int_0^{\frac{\pi}{4}} dx\int_x^{\frac{\pi}{4}} dz\int_0^1 z^2\cos xzdx=\int_0^{\frac{\pi}{4}} dx\int_x^{\frac{\pi}{4}} z^2\cos xzdz.$$

Вычисление полученного двукратного интеграла приведёт к трудностям интегрирования, как в первом случае.

Таким образом, вычисление тройного интеграла зависит от выбора проекции на соответствующую координатную плоскость. В данной ситуации обучающимся необходимо показать, что, изменив порядок интегрирования переменныхв трёхкратном интеграле, то есть выбрав другое направление проектирования области *V*, вычислительный процесс значительно упроститсяи приведёт к конечному результату [2].

Приведённый выше пример наглядно показывает, что при вычислении кратных интегралов необходимо учесть следующие особенности.

1. При неправильном выборе порядка интегрирования возникают сложности при вычислении интеграла.

2. При изменении порядка интегрирования вычислительный процесс может быть значительно упрощён.

3. При переходе от одной системы координат к другой может быть получен более рациональный способ решения тройного интеграла [3].

1. Краткий курс математического анализа: учеб. для вузов / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2005. – 736 с.: ил. – Библиогр.: с. 736. – ISBN 5-8114-0499-9.

2. Краткий курс математического анализа: учеб. пособие для вузов / Л. Д. Кудрявцев. – Москва: Наука, 1989. – 735 с.

3. Проектирование системы профилирования математической подготовки бакалавров технического профиля на основе интегративного подхода / Палферова С.Ш., Кузнецова О.А., Павлова Е.С. Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2018. Т. 7. № 2 (23). С. 190-195.

4. Кузнецова О.А., Крылова С.А., Палфёрова С.Ш., Павлова Е.С. Методические аспекты применения элементов аналитической геометрии при вычислении кратных интегралов // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Январь 2020). Международная научная конференция "Высокие технологии и инновации в науке" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.76-79.

Глава 14.
НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА РАЗВОРОТА ПЛОСКОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Токунова Н.В.

Известно, что задачи на построение сечений делятся на позиционные и метрические. Соответственно, для их решения существуют позиционные (метод следов, метод внутреннего проецирования, метод параллельного переноса прямых и плоскостей, векторно-координатный) и метрические (метод выносных чертежей, алгебраический метод, векторно-координатный, геометрический, метод разворота плоскостей) методы решения.

Рассмотрим один из метрических методов решения задач на построение сечений многогранников – метод разворота плоскостей.

Данный метод, будучи комбинированным, сочетает в себе геометрический метод и метод выносных чертежей, – и, по сравнению с другими, больше связан с конструктивной геометрией [3]. Чтобы более подробно изучить метод разворота плоскостей, мы рассмотрим:

1) субъективные и объективные компоненты метода; 2) суть метода и особенности решения задач этим методом; 3) специфику решения задач методом разворота плоскостей.

1) Субъективные и объективные компоненты метода. В теории научного познания «метод» трактуется как система последовательных действий, которые приводят к достижению результата, соответствующего намеченной цели. Эта последовательность действий может иметь целью как теоретический результат, так и практическую реализацию. Таким образом, в методе выделяют объективную и субъективную стороны.

Объективная сторона относится к гносеологической природе метода и означает, что он основан на знании сущности познаваемого или преобразуемого объекта. Субъективная сторона связана с деятельностью по применению метода, с конкретной целью деятельности над изучаемым объектом.

Выделение двух сторон создает условия для решения вопроса о его компонентах. Рассматривают компоненты метода, связанные с объективной стороной (гносеологические компоненты) и с субъективной стороной (деятельностные компоненты).

Гносеологические компоненты представляют собой определенную систему знаний, без которых метод не существует. Такая система должна содержать: исходные знания об объекте, к которому применяется метод, его свойствах (основные понятия, свойства понятий, связи между ними); знания, полученные в ходе преобразования или изучения объекта (изменение свойств объекта под влиянием действий над ним, установление неизвестных до этого свойств).

К деятельностным компонентам относятся: определенная система действий (зависящая от конкретной цели деятельности над изучаемым объектом), реализация которой ведет к достижению результата; средства осуществления деятельности, основу которой составляет эта система действий (интеллектуальные, практические, предметные) [1].

Для метода разворота плоскостей при построении сечений многогранников гносеологические компоненты представляет собой следующую систему:

- исходные знания: элементарные геометрические построения с помощью циркуля и линейки; плоские фигуры (определения, виды, элементы, свойства), многогранник, элементы (ребро вершина, грань, высота, апофема, диагональ), виды многогранников (правильные фигуры, призма, пирамида, куб, параллелепипед); сечение многогранника, отношение, взаиморасположение прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей (параллельность, перпендикулярность);

- новые знания: разворот плоскости, выносной чертеж.

Деятельностные компоненты:

- основные (базовые) умения: умение изображать пространственную фигуру и ориентироваться в ней, умение мысленно определять точки пересечения ребер пространственной фигуры и искомой плоскости сечения, умение находить отношения величин, умение выполнять простейшие геометрические построения, умение применять теоремы геометрии;

- умения для овладения методом: умение выполнять разворот плоскости, умение выносить внутреннюю фигуру вне основного изображения.

2) Суть метода и особенности решения задач этим методом. Суть метода разворота плоскостей состоит в следующем. Пусть дана пространственная фигура F*, F – её изображение. В некотором многоугольнике $A_1A_2\ldots A_n$ фигуры F требуется провести прямую XX_1, расположенную определенным образом относительно сторон этого многоугольника. С этой целью выносят многоугольник $A_1A_2\ldots A_n$ вне основного изображения таким образом, чтобы $A`_1A`_2\ldots A`_n$ имел натуральную форму $A_1A_2\ldots A_n$ фигуры F (для этого используют метрические данные задачи и разворот плоскости какой-либо грани). В плоскости многоугольника $A`_1A`_2\ldots A`_n$ проводят интересующие построения метрического характера и находят положение X` и $X`_1$ на сторонах в виде отношений. Воспользовавшись теоремой Фалеса, строят точки X и X_1 на изображении фигуры F*.

Особенности решения задач:

- при выполнении шагов построения целесообразно опираться на аксиомы, список элементарных задач и другие известные факты конструктивной геометрии;

- при решении задачи этим методом требуется решение проводить по схеме: анализ, построение, доказательство, исследование.

3) Специфика решения задач методом разворота плоскостей. Данный метод построения сечений применяется для решения метрических задач. Укажем признаки применения метода:

а) задача на построение сечений, т.е. даны многогранник и секущая плоскость, требуется построить сечение многогранника плоскостью;

б) наличие в задаче метрического способа задания плоскости (например, задана величина угла);

в) в качестве многогранника используются призмы и пирамиды;

г) возможность построения основания многогранника посредством данных задачи и элементарных геометрических построений с помощью циркуля и линейки.

При решении задач методом разворота плоскостей можно опираться на следующую последовательность указаний:

а) в формулировке задачи выделить: вид многогранника; метрические данные многогранника (условие 1) – может отсутствовать; элементы сечения; метрические данные сечения (условие 2);

б) задать параметры многогранника;

в) изобразить многогранник так, чтобы одна грань была передней (т. е. одна или несколько сторон этой грани должны быть расположены горизонтально);

г) отметить заданные элементы сечения;

д) провести поиск решения посредством анализа: предположить, что сечение построено, примерно определить недостающие точки пересечения секущей плоскости и ребер многогранника, для построения точек используют вынесение внутренних фигур, разворот плоскости и оба условия задачи;

е) предположив, что передняя сторона основания многогранника – истинное изображение стороны оригинала, выполнить построения (разворот и вынесение внутренних фигур) с помощью циркуля и линейки;

ж) провести доказательство правильности решения задачи;

з) исследовать задачу на единственность решения.

1. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики [Текст]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-ов / под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1998. – 223 с.

2. Прокопенко, Г. Методы решения задач на построение сечений многогранников [Текст] / Г. Прокопенко // Математика: Еженед. прил. к газ. «Первое сентября». – 2001. – № 30. – С. 23-28.

3. Прокопенко, Г. Методы решения задач на построение сечений многогранников: 10 класс [Текст] / Г. Прокопенко // Математика: Еженед. прил. к газ. «Первое сентября». – 2001. – № 31. – С. 15-18.

4. Токунова Н.В. Некоторые особенности метода разворота плоскостей при решении геометрических задач // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Март 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.35-38

Глава 15.
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ В СДО MOODLE: ПОЛУЧЕНИЕ ОТВЕТОВ К ЗАДАЧАМ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ 2

Майгула Н.В., Марасанов Ю.Н., Сумбатян Д.А.

Система дистанционного обучения MOODLE содержит развитую подсистему тестирования. Большую часть тестов по математике составляют задачи. Их решение, как для получения эталонных ответов, так и для проверки готовых, является самой ответственной частью работы составителя тестов. Кроме того, особо актуальным в настоящее время стало выполнение требований государственных образовательных стандартов о систематической аттестации обучаемых и создании, ведении и обновлении фондов оценочных и методических материалов. Для этого нужно готовить ещё больше задач, вопросов и тестов с известными ответами.

Автоматизировать работу подобного рода позволяет программное обеспечение символьной математики. Такая автоматизация существенно повышает производительность труда преподавателя и минимизирует количество ошибок. Современные пакеты программ символьной математики входят в любую компьютерную математическую систему (Maple, Mathcad, MATLAB).

Данная работа продолжает публикацию [1] и рассматривает решение задач по дифференциальным уравнениям 2-го порядка и выше в пакете Symbolic Math Toolbox [2], составляющем подсистему MATLAB’а [3].

Алгоритм символьного решения несложен. В командной строке MATLAB’а:

1. Нужные переменные объявляются как имеющие символьный тип и, возможно, некоторые свойства.
2. Исходные данные задачи (функции, уравнения и т.п.) выражаются через эти переменные.
3. Вызывается нужная функция пакета, выдающая искомое решение.
4. При необходимости полученный в п.3 результат дорабатывается (преобразуется, упрощается и т.п.).
5. Окончательное решение задачи может по-разному переводиться из алфавитно-цифровой записи MATLAB’а в нужный пользователю вид:

вручную – в математическую форму, требуемую документом пользователя (Word, Web и др.);

функцией MATLAB’a latex – в строку latex-кода, который принимается, в частности, MOODLE’ом (см. Пример 1);

прогоном в Live Editor’e – в готовую формулу, которую можно перенести в документ пользователя как в latex- или MathML-коде (через контекстное меню формулы), так и в виде вырезки из снимка экрана (см. рисунки в тексте).

Главным инструментом Symbolic Math Toolbox для работы с дифференциальными уравнениями является функция-решатель dsolve. dsolve решает обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) 1-го и выше первого порядков, а также системы ОДУ. Кроме решателя постоянно используется функция diff, выдающая производные (произвольного порядка), которые обязательно входят в запись любого дифференциального уравнения (ДУ в Symbolic Math Toolbox представляются в формах *без дифференциалов*).

Также бывает полезно применить к выводу dsolve функцию simplify – она упрощает и преобразует символьные выражения. Другие функции такого рода описаны в [2, гл. 2].

Создание рабочей среды. Введём в командной строке MATLAB'а

```
>> e = exp(sym(1)); pi = sym(pi);          % символьные константы
>> syms x C1 C2 C3 C4                    % символьные переменные
>> syms y(x) f(x) u(x) y1(x) y2(x)       % символьные функции
>> D1y=diff(y,x), D2y = diff(D1y)          % символьные производные y(x)
```

Символьные функции здесь не имеют пока конкретного содержимого; в дальнейшем они будут наполняться им по мере надобности.

Пример 1. Проверить, является ли функция $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ решением уравнения $y^3y'' + 1 = 0$.

```
>> f(x) = sqrt(2*x – x^2)
f(x) = (- x^2 + 2*x)^(1/2)
>> D1f = diff(f), D2f = diff(D1f);
```

```
>> simplify(f^3*D2f + 1 == 0)
ans(x) = TRUE
>> latex(f(x)) даёт '\sqrt{2\,x-x^2}'
```

Мы видим, что при подстановке $f(x)$ левая часть ДУ обращается в 0, т.е. данная функция действительно является решением.

Пример 2. (Из Бермана) Найти общее решение уравнения $y^3y'' + 1 = 0$ ($y \neq 0$) и проверить его.

```
>> ode = y^3*D2y + 1 == 0                  % запись уравнения
ode(x) = y(x)^3*diff(y(x), x, x) + 1 == 0
>> gsol = dsolve(ode1)                     % запуск решателя
gsol = (2^(1/2)*((2*C1^2*(C2 + 2^(1/2)*x)^2 – 1)/C1)^(1/2))/2
(2^(1/2)*((2*C1^2*(C3 – 2^(1/2)*x)^2 – 1)/C1)^(1/2))/2
```

Эти два решения, очевидно, одинаковы и удовлетворяют заданному уравнению:

```
>> simplify(gsol(1)^3*diff(gsol(1), x, 2) + 1 == 0)
ans = TRUE
```

Для представления получаемых выражений в более естественном виде можно использовать команду pretty, но гораздо эффективнее переносить решения в Live Editor. Его файл открывается в MATLAB-редакторе в последовательности Editor → New → Live Script. Вставив скопированное решение и нажав кнопку Run (или F5), получаем формулу в обычном виде (Рис. 1):

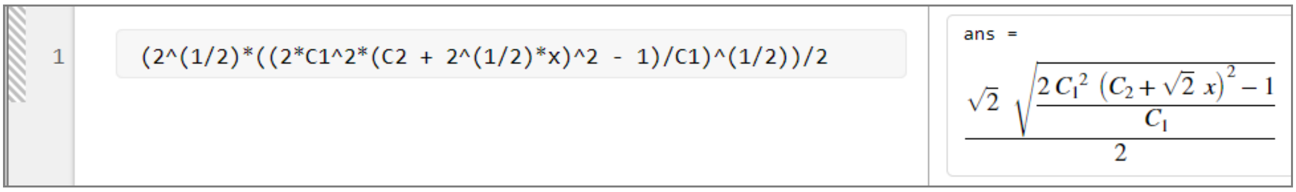

Рис. 1 Окно Live Editor’а с общим решением дифференциального уравнения из Примера 2

Эта формула даёт общее решение $y = y(x, C_1, C_2)$ в явном виде, очевидно требующем упрощения. После несложных преобразований получается общий интеграл заданного уравнения:

$$\frac{(x - C_2)^2}{C_1^2} - \frac{y^2}{C_1} = 1,$$

что совпадает с аналитическим решением «вручную». Таким образом, интегральными кривыми являются эллипсы (при $C_1 < 0$) и гиперболы ($C_1 > 0$). Из общего интеграла следует общее решение в наиболее простом виде:

$$y(x, C_1, C_2) = \pm\sqrt{\frac{(x - C_2)^2}{C_1} - C_1}$$

Проверим его:

>> u(x) = sqrt((x-C2)^2/C1-C1)
u(x) = ((C2 – x)^2/C1 – C1)^(1/2)

>> simplify(u(x)^3*diff(u(x), x, x) + 1 == 0)
ans = TRUE

Пример 3. (Из Бермана) Найти решение задачи Коши

$$y^3 y'' + 1 = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0$$

dsolve позволяет решать такие задачи напрямую:
>> ivcond = [y(1) == 1, D1y(1) == 0]   % запись начальных условий
ivcond = [y(1) == 1, subs(diff(y(x), x), x, 1) == 0]
>> ivpsol = dsolve(ode, ivcond, 'IgnoreAnalyticConstraints', false)
ivpsol = (2^(1/2)*(2 – (2^(1/2)*x – 2^(1/2))^2)^(1/2))/2

(Здесь пришлось подправить настройки решателя dsolve). Полученное решение имеет вид, представленный на Рис. 2.

`psol = (2^(1/2)*(2 - (2^(1/2)*x - 2^(1/2))^2)^(1/2))/2`	psol = $\dfrac{\sqrt{2}\ \sqrt{2-(\sqrt{2}\,x-\sqrt{2})^2}}{2}$

Рис. 2 Окно Live Editor'а с частным решением из Примера 3

Это, очевидно, функция $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$ из Примера 1 – проверенное решение ДУ. Проверим, что она удовлетворяет начальным условиям:

>> f(1) ans = 1	>> D1f(1) ans = 0

Пример 4. Найти решение краевой задачи

$$y^3y''+1=0,\quad y(1/2)=\sqrt{3}/2,\quad y(3/2)=\sqrt{3}/2$$

>> bvcond = [y(1/2)==sqrt(3)/2 y(3/2)==sqrt(3)/2] % запись краевых условий

bvcond = [y(1/2) == 3^(1/2)/2, y(3/2) == 3^(1/2)/2]

>> bvpsol = dsolve(ode, bvcond)

bvpsol = (2^(1/2)*(2 – (2^(1/2)*x – 2^(1/2))^2)^(1/2))/2, …, …, …

dsolve выдаёт несколько решений, из которых только знакомое первое,

$$f(x)=\sqrt{2x-x^2},$$

адекватно реальности – это верхняя полуокружность, проходящая, как легко убедиться, через краевые точки. Остальные решения оказываются «посторонними»; например, второе задаёт гиперболу, у которой через краевые точки проходят *разные* ветви.

Пример 5. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка (ЛОДУ-2) с заданной фундаментальной системой решений (ФСР) $\{y_1=x, y_2=x^3\}$

```
>> y1 = x, y2 = x^3                          % Вводим решения ФС
>> D1y1 = diff(y1,x), D1y2 = diff(y2,x)      % Получаем
>> D2y1 = diff(D1y1,x), D2y2 = diff(D1y2,x)  % их производные
>> W = [y y1 y2; D1y D1y1 D1y2; D2y D2y1 D2y2]   % Строим матрицу
>> lhs = det(W)                              % Находим вронскиан
>> ode = simplify(lhs == 0)                  % Находим ДУ
ode(x) = 3*y(x) + x^2*diff(y(x), x, x) == 3*x*diff(y(x), x)
```

Проверяем:

```
>> dsolve(3*y(x) + x^2*diff(y(x), x, x) == 3*x*diff(y(x), x))
ans = C1*x^3 + C2*x              % Правильное общее решение!
```

Итак, мы получили уравнение $x^2y'' - 3xy' + 3y = 0$.

Пример 6. Построить ЛДУ-2 с заданной ФСР $\{y_1 = x, y_2 = x^3\}$, имеющее решением функцию $u(x) = \sqrt{x}$.

Введём функцию-решение

```
>> syms u(x)
>> u(x) = sqrt(x)
u(x) = x^(1/2)
```

и подставим её в левую часть уравнения, известного из Примера 5:

```
>> lhs(x) = x^2*diff(u(x), x, x)-3*x*diff(u(x), x)+3*u(x)
lhs(x) = (5*x^(1/2))/4
```

Таким образом, искомое уравнение есть

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = 1.25\sqrt{x}$$

Пример 7. (Из Ефимова & Поспелова) Решить краевую задачу

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = x^2, \quad y(0) + 2y'(0) = 1, \quad y(1) - y'(1) = 0$$

```
>> ode = x^2*D2y-2*x*D1y+2*y == x^2
>> bvcond = [y(0) + 2*D1y(0) == 1, y(1) – D1y(1) == 0]
>> bvpsol = dsolve(ode, bvcond)
bvpsol = x/2 + x^2*log(x) – x^2
```

Найдено решение $y = \frac{x}{2} + x^2\, ln\frac{x}{e}$

Пример 8. (Из Кузнецова) Найти общее решение ЛДУ-4 со специальной правой частью: $y^{(4)} - 2y^{(3)} + y'' = 2x(1-x)$

```
>> D3y = diff(D2y), D4y = diff(D3y)     % Вводим недостающие производные
>> ode = D4y – 2*D3y + D2y == 2*x*(1 – x)
>> gsol = dsolve(ode)
gsol=2*C1+C2+x*(C1 – 10) + C3*exp(x) – 4*x^2 – x^3 – x^4/6 + C4*x*exp(x) – 12
```

Мы получили общее решение

$$y(x, C_1, C_2, C_3, C_4) = C_1 + C_2x + (C_3 + C_4x)e^x - \frac{x^4}{6} - x^3 - 4x^2$$

Пример 9. (Из Кузнецова) Найти общее решение ЛДУ-3

$$y''' - 25y' = 25(cos\,5x + sin\,5x) - 50e^{5x}$$

```
>> ode = D3y – 25*D1y == 25*(cos(5*x) + sin(5*x)) – 50*exp(5*x)
>> gsol = dsolve(ode)
gsol = C1 + exp(5*x)/10 + (2^(1/2)*cos(5*x + pi/4))/10 – x*exp(5*x)
        + C2*exp(-5*x) + C3*exp(5*x)
```

Как это выглядит, показывает Рис. 3.

$$C_1 + \frac{e^{5x}}{10} + \frac{\sqrt{2}\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)}{10} - x e^{5x} + C_2 e^{-5x} + C_3 e^{5x}$$

Рис. 3 Вид общего решения из Примера 9

Имеем ОР

$y(x, C_1, C_2, C_3) = C_1 + C_2 e^{5x} + C_3 e^{-5x} + 0.1 \cos 5x + 0.1 \sin 5x - x e^{5x}$

Пример 10. (Из Кузнецова) Найти решение задачи Коши

$$y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$$

```
>> ode = D2y + pi^2*y == pi^2 / cos(pi*x)
ode (x) = diff(y(x), x, x) + y(x)*pi^2 == pi^2/cos(pi*x)
>> ivcond = [y(0) == 3, D1y(0) == 0]
>> ivpsol = dsolve(ode, ivcond)
ivpsol = 3*cos(pi*x) + cos(pi*x)*log(cos(pi*x)) + x*pi*sin(pi*x)
```

Искомое частное решение:

$y(x) = 3 \cos \pi x + \cos \pi x \ln \cos \pi x + \pi x \sin \pi x$

1. Майгула Н.В., Марасанов Ю.Н., Сумбатян Д.А. Математические тесты в СДО Moodle: получение ответов к задачам по дифференциальным уравнениям1. Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Май 2019). – СПб.: ГНИИ «Нацразвитие», 2019. – 524 с.

2. Symbolic Math Toolbox User's Guide. –The MathWorks, Inc., 2019. (http://www.mathworks.com/help/releases/R2019b/pdf_doc/symbolic/symbolic_tb.pdf) (дата обращения 20 мая 2020 г.)

3. MATLAB Primer. – The MathWorks, Inc., 2019. (http://www.mathworks.com/help/releases/R2019b/pdf_doc/matlab/getstart.pdf) (дата обращения 20 мая 2020 г.)

4. Майгула Н.В., Марасанов Ю.Н., Сумбатян Д.А. Математические тесты в СДО Moodle: получение ответов к задачам по дифференциальным уравнениям 2 // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Май 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.72-78

Глава 16.
РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ, СОДЕРЖАЩИХ СУММУ МОДУЛЕЙ

Бичегкуев М.С., Олисаев Э.Г.

Решение уравнений и неравенств, содержащих модуль является одной из сложных тем школьного курса математики. Основные способы решения этих уравнений и неравенств (метод последовательного раскрытия модулей и графический метод) являются наиболее простыми и доступными для учащихся. Однако недостатком этих методов является громоздкость решения, а значит, и большая вероятность ошибки при сдаче ГИА или ЕГЭ.

Использование нестандартных методов решения подобных задач в большинстве случаев приводит к более рациональному и короткому решению. В том числе и для задач математических олимпиад разного уровня (см. [1]-[4]).

В настоящей работе рассматриваются нестандартные методы решения уравнений и неравенств, содержащих сумму модулей, которые базируются на известных свойствах модуля действительного числа.

Несмотря на то, что все рассматриваемые свойства модуля хорошо известны, к сожалению, приводимые в статье свойства суммы модулей не часто можно встретить в учебниках математики, а также в литературе для подготовки к сдаче единого государственного экзамена.

Рассмотрим свойства модуля действительного числа.

Пусть a и b – произвольные действительные числа. Тогда справедливы следующие утверждения:

1. $|x-a|+|x-b|=|a-b| \Leftrightarrow \min(a,b) \le x \le \max(a;b)$;

2. $|x-a|+|x-b|=p \xLeftrightarrow{p>|a-b|} \left[\begin{array}{l} x=\frac{a+b-p}{2}; \\ x=\frac{a+b+p}{2}; \end{array}\right.$

3. $|x-a|+|x-b|=p \xLeftrightarrow{p<|a-b|} \emptyset$ (т.е. уравнение не имеет решений);

4. $|x-a|+|x-b|\le p \xLeftrightarrow{p\ge|a-b|} \frac{a+b-p}{2} \le x \le \frac{a+b+p}{2}$;

5. $|x-a|+|x-b|\ge q \xLeftrightarrow{q\ge|a-b|} \left[\begin{array}{l} x\le\frac{a+b-p}{2}; \\ x\ge\frac{a+b+p}{2}. \end{array}\right.$

Отметим, что утверждение **1** является определением отрезка длины $|a-b|$ на числовой прямой с концами в точках a и b (не зависимо от их расположения на прямой).

Рассмотрим примеры решения уравнений и неравенств, которые основываются на приведенных выше утверждениях и известных свойствах модуля.

Пример 1. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство

$$|x-2a+3|+|x+a-5| \le 1-|3a-7|$$

имеет бесконечное множество решений.

Р е ш е н и е . Если левая часть заданного неравенства вырождается в «угол» на координатной плоскости aOx, а правая часть равна нулю, то неравенство имеет единственное решение для тех значений a, которые удовлетворяют условию

$$\begin{cases} 2a-3=5-a, \\ 1-|3a-7|=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{8}{3}.$$

Если $a \ne \frac{8}{3}$, то из утверждения **4** следует, что исходное неравенство имеет бесконечное множество решений для тех a, которые являются решением неравенства $|3a-8| \le 1-|3a-7| \Leftrightarrow \frac{7}{3} \le a \le \frac{8}{3}$. Отсюда, учитывая, что $a \ne \frac{8}{3}$, окончательно получаем значения $\frac{7}{3} \le a < \frac{8}{3}$.

О т в е т : $a \in \left[\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Пример 2. При каких значениях a уравнение

$$|x+a-2|+\big|x-|a|\big|=3a+2$$

имеет только неотрицательные корни?

Р е ш е н и е. Рассмотрим три случая

I. При $a=0$ имеем $|x-2|+|x|=2 \Leftrightarrow 0 \le x \le 2$. Здесь мы воспользовались утверждением **1**. Следовательно, при $a=0$ условие задачи выполнено.

II. Пусть $a>0$. Тогда условие существования решений $|2a-2| \le 3a+2$ выполнено для любого $a>0$. Более того, $|2a-2|<3a+2$ для всех $a>0$, а поэтому уравнение, согласно утверждению **2**, имеет ровно два решения $x=-a$ и $x=\frac{3a+4}{2}$. Корень $x=-a$ является отрицательным. Значит, при $a>0$ условие задачи не выполнено.

III. Пусть $a<0$. Исходное уравнение принимает вид $|x+a-2|+|x+a|=3a+2$. Так как левая часть уравнения не меньше 2 и $3a+2<2$, то согласно утверждению **3** уравнение не имеет решений.

О т в е т: $a=0$.

Пример 3. Найдите все значения a, при которых равносильны неравенства

$$\big|x-|a+1|\big|+\big|x+|a-5|\big|\leq a+2, |x-5|+|x|\leq 5.$$

Р е ш е н и е. Неравенство $|x-5|+|x|\leq 5$, согласно утверждению **4**, равносильно двойному неравенству $0\leq x\leq 5$. Следовательно, надо найти те значения параметра a, при которых решением первого неравенства, заданного в условии задачи, совпадает с отрезком $[0;5]$.

Из утверждения **4** получаем, что условием существования решений является неравенство $|a+1|+|a-5|\leq a+2 \Leftrightarrow 4\leq a\leq 6$, а само решение имеет вид

$$\frac{|a+1|+|a-5|-a-2}{2}\leq x\leq \frac{|a+1|+|a-5|+a+2}{2}.$$

Итак, условие задачи будет выполнено для всех значений a, которые являются решением системы

$$\begin{cases} \dfrac{|a+1|+|a-5|-a-2}{2}=0, \\ \dfrac{|a+1|+|a-5|+a+2}{2}=5, \\ 4\leq a\leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \ a=4.$$

О т в е т: 4.

Пример 4. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$|x-a^2+4|+|x-3a|=2a+2$$

имеет положительные корни.

Р е ш е н и е. Согласно утверждению **2**, исходное уравнение имеет решение, если

$$|a^2-3a-4|\leq 2a+2 \ \Leftrightarrow \begin{cases}(a-1)(a-6)\leq 0, \\ (a+1)(a-2)\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1, \\ 2\leq a\leq 6.\end{cases}$$

При найденных значениях параметра a, заданное уравнение равносильно совокупности: $x = \frac{a^2+a-6}{2}$ или $x = \frac{a^2+5a-2}{2}$. Так как корни уравнения положительные по условию, то при $a = -1$ оба корня отрицательны, а при $2 \le a \le 6$ имеем систему

$$\begin{cases} 2 \le a \le 6, \\ a^2 + a - 6 > 0, \\ a^2 + 5a - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < a \le 6.$$

О т в е т: $a \in (2; 6]$.

Пример 5. При каких значениях a уравнение

$$|x-2| + |x+a| = |a-3| + |a+1|$$

имеет наибольшее число целочисленных решений?

Р е ш е н и е. Из утверждения **2** следует, что исходное уравнение имеет два различных решения если выполнено условие $|a-3| + |a+1| > |a+2|$.

Если же выполнено условие $|a-3| + |a+1| = |a+2| \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} a=2; \\ a=4, \end{matrix}\right.$ то решением уравнения является отрезок с концами в точках $2, -a$. Таким образом, при $a = 2$ имеем отрезок $[-2; 2]$, а при $a = 4$ отрезок $[-4; 2]$. Отсюда следует, что условие задачи выполнено при $a = -4$, т.е. имеем семь целочисленных решений $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$.

О т в е т: $a = -4$.

Пример 6. Решите уравнение

$$|x+2| + |x-2| + |x-3| + |x-7| = 10.$$

Р е ш е н и е. Перепишем исходное уравнение в виде

$$(|x+2| + |x-3|) + (|x-2| + |x-7|) = 10.$$

Из утверждения **5** имеем неравенства

$$|x+2| + |x-3| \ge 5, |x-2| + |x-7| \ge 5.$$

Таким образом, исходное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases}|x+2|+|x-3|=5;\\ |x-2|+|x-7|=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2\le x\le 3;\\ 2\le x\le 7\end{cases} \Leftrightarrow 2\le x\le 3.$$

О т в е т: $[2;3]$.

Пример 7. Решите уравнение

$$|x-3a-2|+|x+a-1|=|4a+1|.$$

Р е ш е н и е. Правая часть исходного уравнения представляется в виде $|4a+1|=|(3a+2)-(1-a)|$. Поэтому согласно утверждению **1** имеем, что исходное уравнение равносильно двойному неравенству

$$\min(3a+2;1-a)\le x\le \max(3a+2;1-a) \Leftrightarrow \frac{2a+3-|4a+1|}{2}\le x\le \frac{2a+3+|4a+1|}{2}.$$

Теперь, раскрывая модуль в последних неравенствах получим ответ.

О т в е т:
$x\in[3a+2;-a+1]$ при $a<-\frac{1}{4}$; $x\in[-a+1;3a+2]$ при $a\ge-\frac{1}{4}$.

---

1. *Голубев В.И.* Решения сложных и нестандартных задач по математике. — М.:ИЛЕКСА, 2020. — 252с.

2. *Козко А.И., Панферов В.С., Сергеев И.Н., Чирский В.Г.* Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО. – 2016. – 232с.

3. *Прокофьев А.А.* Задачи с параметрами. Подготовка к ГИА и ЕГЭ.—М.: Бином. Лаборатория знаний, — 2013. – 376с.

4. *Колесникова С. И.* Уравнения и неравенства, содержащие модули. ЕГЭ. Математика. М.: Азбука-2000, – 2010. — 120с.

5. Бичегкуев М.С., Олисаев Э.Г. Решение уравнений и неравенств, содержащих сумму модулей // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие" (Санкт-Петербург, Июль 2020). Международная научно-методическая конференция "Проблемы управления качеством образования" – СПб.: ГНИИ Нацразвитие, 2020. С.44-48

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Бичегкуев Маирбек Сулейманович, *доктор физ.-мат. наук,* доцент, Северо-Осетинский государственный университет им.К.Л.Хетагурова, Владикавказ; Bichegkuev Mairbek Suleimanovich, NOSU them.K.L Khetagurova

Булатникова Марина Евгеньевна, старший преподаватель, Российский университет транспорта (МИИТ), Москва; Bulatnikova Marina Evgen'evna, Senior Lecturer, Russian University of transport (MIIT)

Голицына Елена Викторовна, *кандидат технических наук,* доцент, Военный ордена Жукова университет радиоэлектроники, г. Череповец; Golitsyna Elena Victorovna, Military University of Radio Electronics

Голубева Нина Викторовна, *кандидат технических наук,* доцент, Омский государственный университет путей сообщения, Омск; Golubeva Nina Viktorovna, Omsk State Transport University

Думицкая Наталья Геннадьевна, *кандидат педагогических наук*, доцент, Ухтинский государственный технический университет, Ухта; Dumitskaya Natalia Gennadievna, Ph. D., associate Professor, Ukhta State Technical University

Дьяченко Наталья Васильевна, *кандидат педагогических наук*, доцент, Академия ГПС МЧС России, Москва; Dyachenko Natalia Vasilyevna, Academy of GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia

Кабина Светлана Васильевна, Филиал Военной академии материально-технического обеспечения, Пенза; Kabina Svetlana Vasilevna, Branch of the Military Academy of Material-technical support

Корниенко Нина Амосовна, *кандидат технических наук,* доцент, Российский университет транспорта (МИИТ), Москва; Kornienko Nina Amosovna, Associate professor, candidate of technical sciences, Russian University of transport (MIIT)

Криволапова Екатерина Александровна, Нижневартовский государственный университет, Нижневартовск; Krivolapova Ekaterina Aleksandrovna, Nizhnevartovsk State University

Крылова Наталья Николаевна, *кандидат педагогических наук,* доцент, Пензенский государственный университет, Пенза; Krylova Natal'ya Nikolayevna, Penza State University

Крылова Светлана Александровна, *кандидат педагогических наук,* доцент, Тольяттинский государственный университет, Тольятти; Krylova Svetlana Alexandrovna, Tolyatti State University

Кузнецова Елена Васильевна, *кандидат физ.-мат. наук,* доцент, Липецкий государственный технический университет, Липецк; Kuznetsova Elena Vasilevna, Lipetsk State Technical University

Кузнецова Ольга Александровна, *кандидат педагогических наук*, доцент, Тольяттинский государственный университет, Тольятти; Kuznetsova Olga Alexandrovna, Tolyatti State University

Майгула Наталья Валентиновна, Государственный институт экономики, финансов, права, технологий, Гатчина; Maygula Natalia Valentinovna, State Institute of Economics, Finance, Law and Technology

Марасанов Юрий Николаевич, Военно-морской политехнический институт, Пушкин; Marasanov Yuri Nikolaevich, Naval Polytechnic Institute

Олисаев Эльбрус Георгиевич, *кандидат физ.-мат. наук*, Северо-Осетинский государственный университет им.К.Л.Хетагурова, Владикавказ; Olisaev Elbrus Georgievich, NOSU them.K.L Khetagurova

Павлова Елена Сергеевна, *кандидат педагогических наук*, доцент, Тольяттинский государственный университет, Тольятти; Pavlova Elena Sergeevna, Tolyatti State University

Палфёрова Сабина Шехшанатовна, *кандидат педагогических наук,* доцент, Тольяттинский государственный университет, Тольятти; Palfyrova Sabina Shehshanatova, Tolyatti State University

Полещук Ольга Митрофановна, *доктор технических наук,* профессор, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва; Poleshchuk Olga Mitrofanovna, Bauman Moscow State Technical University

Рузляева Юлия Сергеевна, *кандидат педагогических наук,* Филиал Военной академии материально-технического обеспечения, Пенза; Ruzlyaeva Yuliya Sergeevna, Branch of the Military Academy of Material-technical support

Садовников Николай Владимирович, *доктор педагогических наук,* доцент, Филиал Военной академии материально-технического обеспечения, Пенза; Sadovnikov Nikolay Vladimirovich, Branch of the Military Academy of Material-technical support

Сарычева Ирина Анатольевна, *кандидат технических наук,* Военный ордена Жукова университет радиоэлектроники, Череповец; Sarycheva Irina Anatolevna, Military University of Radio Electronics

Сиротина Ирина Казимировна, *кандидат педагогических наук,* доцент, Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург; Sirotina Irina Kazimirovna, Saint Petersburg University of State Fire Service of EMERCOM of Russia

Стругов Илья Владимирович, Липецкий государственный технический университет, Липецк; Strugov Ilya Vladimirovich, Lipetsk State Technical University

Сумбатян Данил Арменович, Петербургский институт ядерной физики, Гатчина; Sumbatyan Danil Armenovich, Petersburg nuclear physics institute

Сюсюка Елена Николаевна, *кандидат технических наук,* Государственный морской университет им. адмирала Ф. Ф. Ушакова, Новороссийск; Syusyuka Elena Nikolaevna, State Maritime University named after Admiral F.F. Ushakov

Токунова Наталья Викторовна, старший преподаватель, Российский государственный университет правосудия, Восточно-Сибирский филиал, Иркутск; Tokunova Natalya Victorovna, senior lecturer, Russian State University of Justice, ESB

Худжина Марина Владимировна, *кандидат педагогических наук,* доцент, Нижневартовский государственный университет, Нижневартовск; Khudzhina Marina Vladimirovna, Nizhnevartovsk State University, Nizhnevartovsk